# Valószínűségi változó (8. előadás)

## Definíció (Valószínűségi változó)

*Egy* $X : \Omega \to \mathbb{R}$ *függvény* **valószínűségi változó**, *ha tetszőleges* $t$ *valós számra*

$$\{\omega \in \Omega : X(\omega) \leq t\} \in \mathcal{A},$$

*vagyis tetszőleges* $t$ *valós számra a* $\mathbb{P}(X \leq t)$ *valószínűség értelmes.*

# Valószínűségi változó (8. előadás)

## Definíció (Valószínűségi változó)

*Egy* $X : \Omega \to \mathbb{R}$ *függvény* **valószínűségi változó**, *ha tetszőleges* $t$ *valós számra*

$$\{\omega \in \Omega : X(\omega) \leq t\} \in \mathcal{A},$$

*vagyis tetszőleges* $t$ *valós számra a* $\mathbb{P}(X \leq t)$ *valószínűség értelmes.*

**Példa.** Valakinek három gyereke születik, mindegyikük a többitől függetlenül $1/2$ valószínűséggel fiú. Legyen $X$ a fiúk száma. Ekkor nyolc egyformán valószínű eset van:

$$\{\mathbf{LLL}, \mathbf{FLL}, \mathbf{LFL}, \mathbf{LLF}, \mathbf{FFL}, \mathbf{FLF}, \mathbf{LFF}, \mathbf{FFF}\}$$

$X$ eloszlása: $\mathbb{P}(X = 0) = 1/8, \mathbb{P}(X = 1) = 3/8, \mathbb{P}(X = 2) = 3/8, \mathbb{P}(X = 3) = 1/8$.

# Valószínűségi változó (8. előadás)

## Definíció (Valószínűségi változó)

*Egy* $X : \Omega \to \mathbb{R}$ *függvény* **valószínűségi változó**, *ha tetszőleges* $t$ *valós számra*

$$\{\omega \in \Omega : X(\omega) \leq t\} \in \mathcal{A},$$

*vagyis tetszőleges* $t$ *valós számra a* $\mathbb{P}(X \leq t)$ *valószínűség értelmes.*

**Példa.** Valakinek három gyereke születik, mindegyikük a többitől függetlenül 1/2 valószínűséggel fiú. Legyen $X$ a fiúk száma. Ekkor nyolc egyformán valószínű eset van:

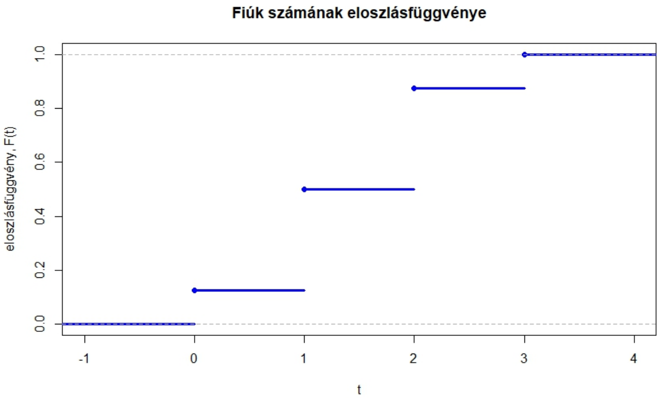
$$\{\mathbf{LLL}, \mathbf{FLL}, \mathbf{LFL}, \mathbf{LLF}, \mathbf{FFL}, \mathbf{FLF}, \mathbf{LFF}, \mathbf{FFF}\}$$

$X$ eloszlása: $\mathbb{P}(X = 0) = 1/8, \mathbb{P}(X = 1) = 3/8, \mathbb{P}(X = 2) = 3/8, \mathbb{P}(X = 3) = 1/8.$

Ez alapján: $\mathbb{P}(X \leq 0) = 1/8, \mathbb{P}(X \leq 1) = 1/2, \mathbb{P}(X \leq 2) = 7/8, \mathbb{P}(X \leq 3) = 1,$

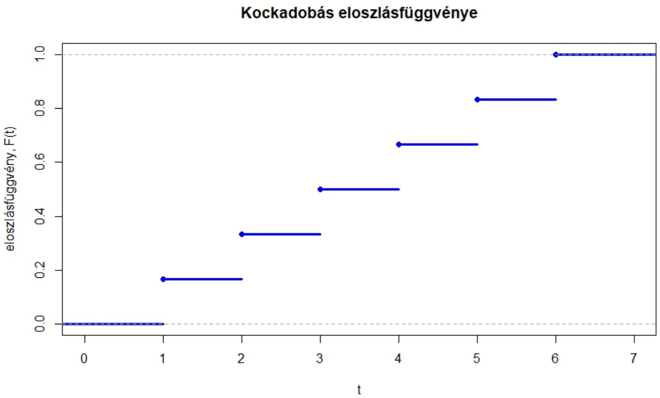
hasonlóképpen $\mathbb{P}(X \leq -0,4) = 0$, $\mathbb{P}(X \leq 0,4) = 1/8$, $\mathbb{P}(X \leq 2,4) = 7/8$.

# Példa: eloszlásfüggvény




Három gyerek közül a fiúk számának eloszlásfüggvénye

# Példa: eloszlásfüggvény




Szabályos dobókockával dobott szám eloszlásfüggvénye

# Eloszlásfüggvény

## Definíció (Eloszlásfüggvény)

*Legyen* $X : \Omega \to \mathbb{R}$ *valószínűségi változó. Ekkor* $X$ *eloszlásfüggvénye az alábbi* $F : \mathbb{R} \to [0,1]$ *függvény:*

$$F(t) = \mathbb{P}(X \leq t) = \mathbb{P}(\{\omega \in \Omega : X(\omega) \leq t\}) \qquad \textit{minden } t \in \mathbb{R} \textit{ valós számra.}$$

Az eloszlásfüggvény minden $t$ valós számhoz hozzárendeli, hogy mennyi annak valószínűsége, hogy a valószínűségi változó értéke legfeljebb $t$. Például ha $X$ a fiúk száma három gyerek közül:

$$F(1) = \mathbb{P}(X \leq 1) = \mathbb{P}(\text{legfeljebb egy fiú van}) = 1/2;$$

$$F(2) = \mathbb{P}(X \leq 2) = \mathbb{P}(\text{legfeljebb két fiú van}) = 7/8;$$

$$F(2,3) = \mathbb{P}(X \leq 2,3) = \mathbb{P}(\text{legfeljebb } 2,3 \text{ fiú van}) = 7/8;$$

# Eloszlásfüggvény

## Definíció (Eloszlásfüggvény)

*Legyen* $X : \Omega \to \mathbb{R}$ *valószínűségi változó. Ekkor* $X$ *eloszlásfüggvénye az alábbi* $F : \mathbb{R} \to [0,1]$ *függvény:*

$$F(t) = \mathbb{P}(X \le t) = \mathbb{P}(\{\omega \in \Omega : X(\omega) \le t\}) \qquad \textit{minden } t \in \mathbb{R} \textit{ valós számra.}$$

Az eloszlásfüggvény minden $t$ valós számhoz hozzárendeli, hogy mennyi annak valószínűsége, hogy a valószínűségi változó értéke legfeljebb $t$. Például ha $X$ a fiúk száma három gyerek közül:

$$F(1) = \mathbb{P}(X \le 1) = \mathbb{P}(\text{legfeljebb egy fiú van}) = 1/2;$$

$$F(2) = \mathbb{P}(X \le 2) = \mathbb{P}(\text{legfeljebb két fiú van}) = 7/8;$$

$$F(2,3) = \mathbb{P}(X \le 2,3) = \mathbb{P}(\text{legfeljebb } 2,3 \text{ fiú van}) = 7/8;$$

Diszkrét valószínűségi változók esetén az eloszlásfüggvény lépcsős (véges sok értéket vesz fel), és az ugrások nagyságát az egyes lehetséges értékek valószínűségei adják meg.

# Eloszlásfüggvény

## Definíció (Eloszlásfüggvény)

*Legyen* $X : \Omega \to \mathbb{R}$ *valószínűségi változó. Ekkor* $X$ *eloszlásfüggvénye az alábbi* $F : \mathbb{R} \to [0,1]$ *függvény:*

$$F(t) = \mathbb{P}(X \leq t) = \mathbb{P}(\{\omega \in \Omega : X(\omega) \leq t\}) \qquad \text{minden } t \in \mathbb{R} \text{ valós számra.}$$

## Állítás

*Ha* $a, b \in \mathbb{R}$, *és* $F$ *az* $X$ *eloszlásfüggvénye, akkor*

$$\mathbb{P}(a < X \leq b) = F(b) - F(a).$$

# Eloszlásfüggvény

## Definíció (Eloszlásfüggvény)

*Legyen* $X : \Omega \to \mathbb{R}$ *valószínűségi változó. Ekkor* $X$ *eloszlásfüggvénye az alábbi* $F : \mathbb{R} \to [0,1]$ *függvény:*

$$F(t) = \mathbb{P}(X \le t) = \mathbb{P}(\{\omega \in \Omega : X(\omega) \le t\}) \qquad \text{minden } t \in \mathbb{R} \text{ valós számra.}$$

## Állítás

*Ha* $a, b \in \mathbb{R}$, *és* $F$ *az* $X$ *eloszlásfüggvénye, akkor*

$$\mathbb{P}(a < X \le b) = F(b) - F(a).$$

## Állítás (Az eloszlásfüggvény tulajdonságai)

*Legyen* $X$ *valószínűségi változó,* $F$ *pedig az eloszlásfüggvénye. Ekkor*

(i) $F$ *monoton növő:* $a < b$ *esetén* $F(a) \le F(b)$.

(ii) $\lim_{t\to-\infty} F(t) = 0; \qquad \lim_{t\to\infty} F(t) = 1.$

(iii) $F$ *jobbról folytonos, azaz minden* $t \in \mathbb{R}$ *valós számra* $\lim_{s\to t+} F(s) = F(t)$.

# Abszolút folytonos valószínűségi változó

## Definíció (Abszolút folytonosság és sűrűségfüggvény)

*Az $X$ valószínűségi változó* **abszolút folytonos**, *ha van olyan $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ függvény, melyre*

$$\mathbb{P}(X \leq t) = \int_{-\infty}^{t} f(s)ds$$

*teljesül minden $t \in \mathbb{R}$ számra. Ilyenkor az $f$ függvényt az $X$ valószínűségi változó* **sűrűségfüggvényének** *nevezzük.*

# Abszolút folytonos valószínűségi változó

## Definíció (Abszolút folytonosság és sűrűségfüggvény)

*Az $X$ valószínűségi változó* **abszolút folytonos**, *ha van olyan $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ függvény, melyre*

$$\mathbb{P}(X \leq t) = \int_{-\infty}^{t} f(s)ds$$

*teljesül minden $t \in \mathbb{R}$ számra. Ilyenkor az $f$ függvényt az $X$ valószínűségi változó* **sűrűségfüggvényének** *nevezzük.*

## Állítás

*Legyen az $X$ abszolút folytonos valószínűségi változó, melynek sűrűségfüggvénye $f$. Ekkor tetszőleges $a < b$ számokra teljesül, hogy*

$$\mathbb{P}(a < X < b) = \mathbb{P}(a \leq X \leq b) = \int_{a}^{b} f(s)ds.$$

# A sűrűségfüggvény tulajdonságai

## Állítás (Az eloszlásfüggvény és sűrűségfüggvény kapcsolata)

*Legyen $X$ abszolút folytonos valószínűségi változó, melynek $F$ az eloszlásfüggvénye.*
*(a) Ha $f$ az $X$ sűrűségfüggvénye, akkor minden $t \in \mathbb{R}$ számra*

$$F(t) = \mathbb{P}(X \leq t) = \int_{-\infty}^{t} f(s) ds.$$

*(b) Az $f(t) = F'(t)$ függvény (azokra a $t$-kre, ahol $F$ differenciálható) az $X$ sűrűségfüggvénye.*

# A sűrűségfüggvény tulajdonságai

## Állítás (Az eloszlásfüggvény és sűrűségfüggvény kapcsolata)

*Legyen $X$ abszolút folytonos valószínűségi változó, melynek $F$ az eloszlásfüggvénye.*
*(a) Ha $f$ az $X$ sűrűségfüggvénye, akkor minden $t \in \mathbb{R}$ számra*

$$F(t) = \mathbb{P}(X \leq t) = \int_{-\infty}^{t} f(s)ds.$$

*(b) Az $f(t) = F'(t)$ függvény (azokra a $t$-kre, ahol $F$ differenciálható) az $X$ sűrűségfüggvénye.*

## Állítás (A sűrűségfüggvény jellemzése)

*Egy $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ függvény pontosan akkor sűrűségfüggvénye valamilyen valószínűségi változónak, ha*

(i) *$f(s) \geq 0$ teljesül „majdnem minden" $s \in \mathbb{R}$-re (például véges vagy megszámlálható sok kivétel lehetséges).*

(ii) $\int_{-\infty}^{\infty} f(s)ds = 1.$

# Várható érték és szórás

## Definíció (Várható érték, abszolút folytonos eset)

*Legyen $X$ abszolút folytonos valószínűségi változó, melynek sűrűségfüggvénye $f$. Ekkor $X$ várható értéke:*

$$\mathbb{E}(X) = \int_{-\infty}^{\infty} s \cdot f(s) ds,$$

*ha ez az integrál létezik és véges.*

# Várható érték és szórás

## Definíció (Várható érték, abszolút folytonos eset)

*Legyen $X$ abszolút folytonos valószínűségi változó, melynek sűrűségfüggvénye $f$. Ekkor $X$ várható értéke:*

$$\mathbb{E}(X) = \int_{-\infty}^{\infty} s \cdot f(s) ds,$$

*ha ez az integrál létezik és véges.*

## Definíció (Szórásnégyzet és szórás)

*Tegyük fel, hogy az $X$ valószínűségi változó abszolút folytonos, és sűrűségfüggvénye $f$. Ekkor $X$ szórásnégyzete:*

$$D^2(X) = \mathbb{E}\left[(X - \mathbb{E}(X))^2\right],$$

*szórása pedig*

$$D(X) = \sqrt{\mathbb{E}\left[(X - \mathbb{E}(X))^2\right]},$$

*ha ezek a várható értékek léteznek.*

# Szórásnégyzet és szórás

## Definíció (Szórásnégyzet és szórás)

*Tegyük fel, hogy az $X$ valószínűségi változó abszolút folytonos, és sűrűségfüggvénye $f$. Ekkor $X$ szórásnégyzete:*

$$D^2(X) = \mathbb{E}\big[(X - \mathbb{E}(X))^2\big],$$

*szórása pedig*

$$D(X) = \sqrt{\mathbb{E}\big[(X - \mathbb{E}(X))^2\big]},$$

*ha ezek a várható értékek léteznek.*

## Állítás (A szórásnégyzet kiszámítása)

*A szórásnégyzetet a következőképpen számíthatjuk ki abszolút folytonos $X$ valószínűségi változó esetén:*

$$D^2(X) = \mathbb{E}(X^2) - \big[\mathbb{E}(X)\big]^2 = \int_{-\infty}^{\infty} s^2 f(s)ds - \left[\int_{-\infty}^{\infty} s \cdot f(s)ds\right]^2,$$

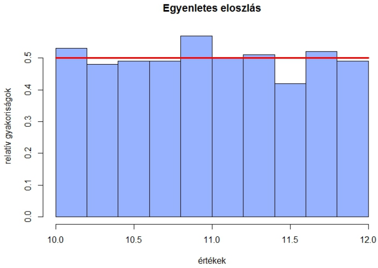
*ahol $f$ az $X$ sűrűségfüggvénye.*

# Egyenletes eloszlás (uniform distribution)

## Definíció (Egyenletes eloszlás)

*Legyenek $a < b$ valós számok. Azt mondjuk, hogy az $X$ valószínűségi változó* **egyenletes** *eloszlású az $[a, b]$ intervallumon, ha sűrűségfüggvénye*

$$f(s) = \begin{cases} \frac{1}{b-a}, & \text{ha } a \leq s \leq b; \\ 0, & \text{különben.} \end{cases}$$




$U(10, 12)$ sűrűségfüggvény és 500 elemű minta hisztogramja

# Egyenletes eloszlás

## Állítás (Az egyenletes eloszlás tulajdonságai)

*Legyen az $X$ valószínűségi változó egyenletes eloszlású az $[a, b]$ intervallumon. Ekkor a következők teljesülnek.*

(i) *$X$ eloszlásfüggvénye:*

$$F(t) = \mathbb{P}(X \leq t) = \begin{cases} 0, & \text{ha } t \leq a; \\ \frac{t-a}{b-a}, & \text{ha } a < t < b; \\ 1, & \text{ha } t \geq b. \end{cases}$$

(ii) *Ha $a \leq c \leq d \leq b$, akkor*

$$\mathbb{P}(c \leq X \leq d) = \int_c^d f(s)ds = \int_c^d \frac{1}{b-a} ds = \frac{d-c}{b-a}.$$

(iii) *Az $X$ valószínűségi változó várható értéke és szórása:*

$$\mathbb{E}(X) = \frac{a+b}{2}; \qquad D(X) = \frac{b-a}{\sqrt{12}}.$$

# Példa: egyenletes eloszlás

**Példa.** Csomagot várunk, a futár 10 és 12 óra között érkezik. Feltesszük, hogy érkezésének időpontja egyenletes eloszlású a $[10, 12]$ intervallumon. Ekkor az előző állítás alapján az alábbiak igazak ($a = 10, b = 12$).

- Annak valószínűsége, hogy 10 és 11 óra között érkezik:

## Példa: egyenletes eloszlás

**Példa.** Csomagot várunk, a futár 10 és 12 óra között érkezik. Feltesszük, hogy érkezésének időpontja egyenletes eloszlású a $[10, 12]$ intervallumon. Ekkor az előző állítás alapján az alábbiak igazak ($a = 10$, $b = 12$).

- Annak valószínűsége, hogy 10 és 11 óra között érkezik: $(11 - 10)/(12 - 10) = 1/2$.
- Annak valószínűsége, hogy 10:15 és 10:30 között érkezik:

# Példa: egyenletes eloszlás

**Példa.** Csomagot várunk, a futár 10 és 12 óra között érkezik. Feltesszük, hogy érkezésének időpontja egyenletes eloszlású a $[10, 12]$ intervallumon. Ekkor az előző állítás alapján az alábbiak igazak ($a = 10$, $b = 12$).

- Annak valószínűsége, hogy 10 és 11 óra között érkezik: $(11 - 10)/(12 - 10) = 1/2$.
- Annak valószínűsége, hogy 10:15 és 10:30 között érkezik: $1/8 = 0,125$.
- Érkezési időpontjának várható értéke:

# Példa: egyenletes eloszlás

**Példa.** Csomagot várunk, a futár 10 és 12 óra között érkezik. Feltesszük, hogy érkezésének időpontja egyenletes eloszlású a $[10, 12]$ intervallumon. Ekkor az előző állítás alapján az alábbiak igazak ($a = 10$, $b = 12$).

- Annak valószínűsége, hogy 10 és 11 óra között érkezik: $(11-10)/(12-10) = 1/2$.
- Annak valószínűsége, hogy 10:15 és 10:30 között érkezik: $1/8 = 0,125$.
- Érkezési időpontjának várható értéke:$(10+12)/2 = 11$ óra.
- Érkezési időpontjának szórása:

# Példa: egyenletes eloszlás

**Példa.** Csomagot várunk, a futár 10 és 12 óra között érkezik. Feltesszük, hogy érkezésének időpontja egyenletes eloszlású a $[10, 12]$ intervallumon. Ekkor az előző állítás alapján az alábbiak igazak ($a = 10$, $b = 12$).

- Annak valószínűsége, hogy 10 és 11 óra között érkezik: $(11-10)/(12-10) = 1/2$.
- Annak valószínűsége, hogy 10:15 és 10:30 között érkezik: $1/8 = 0,125$.
- Érkezési időpontjának várható értéke:$(10 + 12)/2 = 11$ óra.
- Érkezési időpontjának szórása: $(12 - 10)/\sqrt{12} = 1/\sqrt{3} = 0,5774$.

# Normális eloszlás

## Definíció (Normális eloszlás)

*Legyen $m$ valós, $\sigma$ pedig pozitív szám. Azt mondjuk, hogy az $Y$ valószínűségi változó* **normális eloszlású** *$m$ várható értékkel és $\sigma^2$ szórásnégyzettel, ha sűrűségfüggvénye*

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left( -\frac{(x-m)^2}{2\sigma^2} \right) \qquad (x \in \mathbb{R}).$$

*Jelölése:* $Y \sim N(m, \sigma^2)$.

# Normális eloszlás

## Definíció (Normális eloszlás)

*Legyen $m$ valós, $\sigma$ pedig pozitív szám. Azt mondjuk, hogy az $Y$ valószínűségi változó* **normális eloszlású** *$m$ várható értékkel és $\sigma^2$ szórásnégyzettel, ha sűrűségfüggvénye*

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left( -\frac{(x-m)^2}{2\sigma^2} \right) \qquad (x \in \mathbb{R}).$$

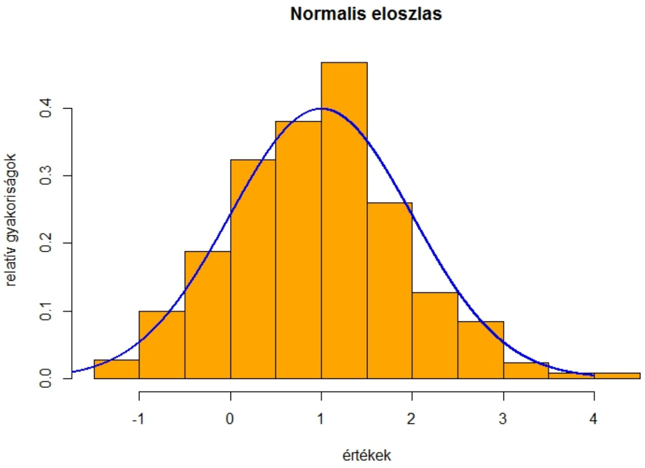
*Jelölése: $Y \sim N(m, \sigma^2)$.*

Ha $Y \sim N(m, \sigma^2)$, akkor $\mathbb{E}(Y) = m$, $D(Y) = \sigma$.

**Standard normális eloszlás:** $m = 0$ várható értékű és $\sigma = 1$ szórású normális eloszlás. Eloszlásfüggvénye: $\Phi$, sűrűségfüggvénye:

$$\varphi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left( -\frac{x^2}{2} \right).$$

# Normális eloszlás




A standard normális eloszlás sűrűségfüggvénye és 500 elemű minta hisztogramja

# Házi feladat november 20-ig

Számítógép (például R) segítségével generáljunk két független, $n = 500$ elemű mintát, az első (ezek $X_1, X_2, \dots, X_n$ valószínűségi változók) eloszlása legyen normális eloszlás 2 várható értékkel és 3 szórással, a második minta (ezek az $Y_1, Y_2, \dots, Y_n$ valószínűségi változók) tetszőlegesen választott, de nullától eltérő $m$ várható értékkel és tetszőlegesen választott, de 1-től eltérő $\sigma$ szórással.

1. Készítsünk hisztogramot az $(X_1, X_2, \dots, X_n)$ mintából. Mennyi ennek a mintának az átlaga és a korrigált tapasztalati szórása?
2. Készítsünk hisztogramot az $(X_1 + Y_1, X_2 + Y_2, \dots, X_n + Y_n)$ mintából. Mennyi ennek a mintának az átlaga és a korrigált tapasztalati szórása? Mennyi az $X_1 + Y_1$ valószínűségi változó várható értéke, illetve szórása?
3. Készítsünk hisztogramot az $(X_1 - 2Y_1, X_2 - 2Y_2, \dots, X_n - 2Y_n)$ mintából. Mennyi ennek a mintának az átlaga és a korrigált tapasztalati szórása? Mennyi az $X_1 - 2Y_1$ valószínűségi változó várható értéke, illetve szórása?

# Házi feladat november 6-ig: megoldás

Számítógép segítségével (például R-ben) generáljunk 1000 elemű mintát

(a) binomiális eloszlásból tetszőlegesen választott $n \geq 100$ és $0,2 < p < 0,8$ esetén (tehát $n$ és $p$ szabadon választható, viszont a megoldás során végig ugyanaz legyen);

(b) Poisson-eloszlásból, melynek várható értéke megegyezik az ($a$)-ban használt binomiális eloszlás várható értékével.

Mennyi ennek a két eloszlásnak a várható értéke, illetve a szórása?

Mennyi a mintaátlag a minta első 10, 100, illetve 1000 eleméből? Mennyi ennek különbsége a várható értéktől?

Mennyi a minta első 10, 100, 1000 elemének tapasztalati szórása (vagy korrigált tapasztalati szórása)? Mennyi ennek különbsége az eloszlások szórásától?

# Házi feladat november 6-ig: megoldás

Legyen például $n = 720$ és $p = 0,36$. Ha tehát az $X$ valószínűségi változó eloszlása binomiális $n = 720$ renddel és $p = 0,32$ paraméterrel, akkor

$$\mathbb{E}(X) = np = 720 \cdot 0,32 = 230,4;$$
$$D(X) = \sqrt{np(1-p)} = \sqrt{720 \cdot 0,32 \cdot 0,68} = 12,52.$$

Ha $Y$ Poisson-eloszlású úgy, hogy várható értéke $230,4$, akkor paramétere is ennyi, vagyis $\lambda = 230,4$-gyel

$$\mathbb{E}(Y) = \lambda = 230,4; \qquad D(X) = \sqrt{\lambda} = 15,18.$$

Várható érték, illetve mintaátlag az első 10, 100, 1000 elemből, és az eltérés a várható értéktől (zárójelben):

| | várható érték | első 10 | első 100 | első ezer |
|---|---|---|---|---|
| binomiális | 230,4 | 240,6 (10,2) | 229,7 (-0,7) | 230,231 (-0,169) |
| Poisson | 230,4 | 227,4 (3) | 230,91 (0,51) | 230,478 (0,078) |

# Házi feladat november 6-ig: megoldás

Legyen például $n = 720$ és $p = 0,36$. Ezer elemű minta binomiális eloszlásból ezekkel a paraméterekkel, illetve a mintaátlag az első tíz, száz, illetve ezer elemből:

```
> bminta<-rbinom(1000, size=720, prob=0.32)

> mean(bminta[1:10])

[1] 240.6

> mean(bminta[1:100])

[1] 229.7

> mean(bminta)

[1] 230.231
```

# Házi feladat november 6-ig: megoldás

Ezer elemű minta Poisson-eloszlásból $\lambda = 230,4$ paraméterrel, illetve a mintaátlag az első tíz, száz, illetve ezer elemből:

```
> pminta<-rpois(1000, lambda=230,4)
> mean(pminta[1:10])
[1] 227.4
> mean(pminta[1:100])
[1] 230.91
> mean(pminta)
[1] 230.478
```

# Házi feladat november 6-ig: megoldás

Legyen például $n = 720$ és $p = 0,36$. Ha tehát az $X$ valószínűségi változó eloszlása binomiális $n = 720$ renddel és $p = 0,32$ paraméterrel, akkor

$$\mathbb{E}(X) = np = 720 \cdot 0,32 = 230,4;$$
$$D(X) = \sqrt{np(1-p)} = \sqrt{720 \cdot 0,32 \cdot 0,68} = 12,52.$$

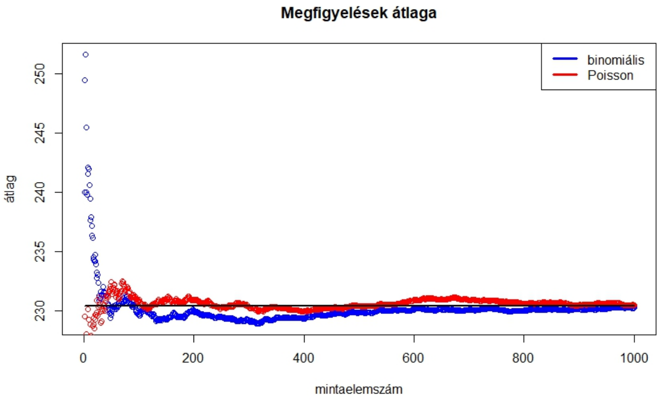
Ha $Y$ Poisson-eloszlású úgy, hogy várható értéke $230,4$, akkor paramétere is ennyi, vagyis $\lambda = 230,4$-gyel

$$\mathbb{E}(Y) = \lambda = 230,4; \qquad D(X) = \sqrt{\lambda} = 15,18.$$

Szórás, illetve korrigált tapasztalati szórás az első 10, 100, 1000 elemből, és az eltérés a szórástól (zárójelben):

| | szórás | első 10 | első 100 | első ezer |
|---|---|---|---|---|
| binomiális | 12,52 | 13,3 (0,78) | 12,47 (0,05) | 12,61 (-0,09) |
| Poisson | 15,18 | 11,22 (-3,96) | 15,4 (0,22) | 15,25 (0,07) |

# Az átlag változása és a várható érték



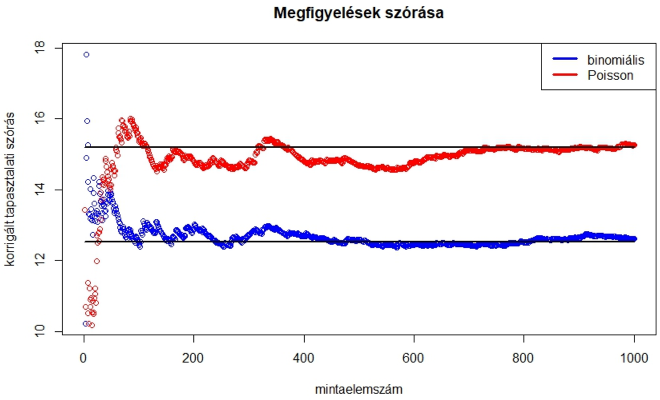

Binomiális eloszlás, $n = 720$, $p = 0,32$, illetve Poisson-eloszlás, $\lambda = np = 230,4$.

# Házi feladat november 6-ig: megoldás

Ezer elemű minta Poisson-eloszlásból $\lambda = 230,4$ paraméterrel, illetve a korrigált tapasztalati szórás az első tíz, száz, illetve ezer elemből:

```
> pminta<-rpois(1000, lambda=230,4)
> sd(pminta[1:10])
[1] 11.21705
> sd(pminta[1:100])
[1] 15.40372
> sd(pminta)
[1] 15.25143
```

# A szórás változása




Binomiális eloszlás, $n = 720$, $p = 0,32$, illetve Poisson-eloszlás, $\lambda = np = 230,4$.