Feltételes valószínűség: példa (5. előadás)

Gábornak **három gyereke** van.

Feltételes valószínűség: példa (5. előadás)

Gábornak **három gyereke** van.

Mennyi a valószínűsége, hogy **a középső gyermeke fiú**?

Feltételes valószínűség: példa (5. előadás)

Gábornak **három gyereke** van.

Mennyi a valószínűsége, hogy **a középső gyermeke fiú**?

Ω

FFF	**LLF**
LFF	**LFL**
FLF	**FLL**
FFL	**LLL**

Feltételes valószínűség: példa (5. előadás)

Gábornak **három gyereke** van.

Mennyi a valószínűsége, hogy **a középső gyermeke fiú**?

A **esemény**

Ω

FFF	**LLF**
LFF	**LFL**
FLF	**FLL**
FFL	**LLL**

$2^3 = 8$ egyformán valószínű lehetőség

4 jó lehetőség

$\mathbb{P}(A) = \frac{4}{8} = \mathbf{50\%}$

Feltételes valószínűség: példa (5. előadás)

Gábornak **három gyereke** van.

Azt is elárulja, hogy **pontosan egy fia van**.

Most mennyi a valószínűsége, hogy **a középső gyermeke fiú**?

A **esemény**

Feltételes valószínűség: példa (5. előadás)

feltétel: plusz információ

Gábornak **három gyereke** van. B **esemény**

Azt is elárulja, hogy **pontosan egy fia van**.

Most mennyi a valószínűsége, hogy **a középső gyermeke fiú**?

A **esemény**

Feltételes valószínűség: példa (5. előadás)

feltétel: plusz információ

Gábornak **három gyereke** van. ↓ B **esemény**

Azt is elárulja, hogy **pontosan egy fia van**.

Most mennyi a valószínűsége, hogy **a középső gyermeke fiú**?

A **esemény**

$2^3 = 8$
egyformán
valószínű
lehetőség

Ω B

FFF	**LLF**
LFF	**LFL**
FLF	**FLL**
FFL	**LLL**

Feltételes valószínűség: példa (5. előadás)

feltétel: plusz információ

Gábornak **három gyereke** van. ↓ B **esemény**

Azt is elárulja, hogy **pontosan egy fia van**.

Most mennyi a valószínűsége, hogy **a középső gyermeke fiú**?

A **esemény**

$2^3 = 8$ egyformán valószínű lehetőség

Ω

B

FFF	**LLF**
LFF	**LFL**
FLF	**FLL**
FFL	**LLL**

$\mathbb{P}(B) = 3/8$

$\mathbb{P}(A \cap B) = 1/8$

Feltételes valószínűség: példa (5. előadás)

feltétel: plusz információ

Gábornak **három gyereke** van. ↓ B **esemény**

Azt is elárulja, hogy **pontosan egy fia van**.

Most mennyi a valószínűsége, hogy **a középső gyermeke fiú**?

A **esemény**

Ω B

FFF **LLF**

LFF **LFL**

FLF **FLL**

FFL **LLL**

$\mathbb{P}(B) = 3/8$

$\mathbb{P}(A \cap B) = 1/8$

A-nak B-re vonatkozó feltételes valószínűsége

$\mathbb{P}(A|B) = \frac{\mathbb{P}(A\cap B)}{\mathbb{P}(B)} = \frac{1/8}{3/8} = \mathbf{\frac{1}{3}} < \frac{1}{2} = \mathbb{P}(A)$ ebben az esetben.

Feltételes valószínűség

Legyenek $A, B \in \mathcal{A}$ események úgy, hogy $\mathbb{P}(B) > 0$.

Feltételes valószínűség

Legyenek $A, B \in \mathcal{A}$ események úgy, hogy $\mathbb{P}(B) > 0$.

Ekkor az A eseménynek B-re vonatkozó **feltételes valószínűsége**:

Feltételes valószínűség

Legyenek $A, B \in \mathcal{A}$ események úgy, hogy $\mathbb{P}(B) > 0$.

Ekkor az A eseménynek B-re vonatkozó **feltételes valószínűsége**:

$$\boxed{\mathbb{P}(A|B) = \frac{\mathbb{P}(A \cap B)}{\mathbb{P}(B)}.}$$

Feltételes valószínűség

Legyenek $A, B \in \mathcal{A}$ események úgy, hogy $\mathbb{P}(B) > 0$.

Ekkor az A eseménynek B-re vonatkozó **feltételes valószínűsége**:

$$\boxed{\mathbb{P}(A|B) = \frac{\mathbb{P}(A \cap B)}{\mathbb{P}(B)}.} \longleftarrow$$

metszet valószínűsége

A és B is bekövetkezik

Feltételes valószínűség

Legyenek $A, B \in \mathcal{A}$ események úgy, hogy $\mathbb{P}(B) > 0$.

Ekkor az A eseménynek B-re vonatkozó **feltételes valószínűsége**:

$$\boxed{\mathbb{P}(A|B) = \frac{\mathbb{P}(A \cap B)}{\mathbb{P}(B)}.}$$

metszet valószínűsége

A és B is bekövetkezik

feltétel valószínűsége

$\mathbb{P}(B) > 0$, lehet osztani

Értelmezés: feltéve, hogy B bekövetkezett, mennyi a valószínűsége, hogy A is bekövetkezik

Feltételes valószínűség

Legyenek $A, B \in \mathcal{A}$ események úgy, hogy $\mathbb{P}(B) > 0$.

Ekkor az A eseménynek B-re vonatkozó **feltételes valószínűsége**:

$$\boxed{\mathbb{P}(A|B) = \frac{\mathbb{P}(A\cap B)}{\mathbb{P}(B)}.}$$

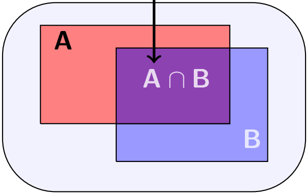
metszet valószínűsége

A és B is bekövetkezik

feltétel valószínűsége

$\mathbb{P}(B) > 0$, lehet osztani

Értelmezés: feltéve, hogy B bekövetkezett, mennyi a valószínűsége, hogy A is bekövetkezik



Bayes-tétel: példa

Hanna sátorozni megy Sopronba. Az alábbi táblázat mutatja, hogy adott mennyiségű csapadék esetén mennyi valószínűséggel ázik be a sátra, illetve az előrejelzés szerint mennyi az adott csapadékmennyiség valószínűsége.

csapadék (mm)	0	$0-5$	$5-10$	10-**nél több**
beázás valószínűsége	0	15%	35%	60%
előrejelzés	40%	10%	30%	20%

Mennyi a valószínűsége, hogy **Hanna sátra beázik?**

Bayes-tétel: példa

Hanna sátorozni megy Sopronba. Az alábbi táblázat mutatja, hogy adott mennyiségű csapadék esetén mennyi valószínűséggel ázik be a sátra, illetve az előrejelzés szerint mennyi az adott csapadékmennyiség valószínűsége.

csapadék (mm)	0	$0-5$	$5-10$	**10-nél több**
beázás valószínűsége	0	15%	35%	60%
előrejelzés	40%	10%	30%	20%

Mennyi a valószínűsége, hogy **Hanna sátra beázik?**

Hanna a **beázott sátorról** küld képeket.

Erre feltételesen mennyi annak valószínűsége, hogy Sopronban **több mint 10 mm eső** esett ezen a napon?

Teljes valószínűség tétele

csapadék (mm)	0	$0-5$	$5-10$	10-nél több
beázás valószínűsége	0	15%	35%	60%
előrejelzés	40%	10%	30%	20%

B_1: nincs csapadék

B_2 : $0-5$ mm csapadék

A: Hanna sátra beázik

B_3 : $5-10$ mm csapadék

B_4 : >10 mm csapadék

Teljes valószínűség tétele

csapadék (mm)	0	$0-5$	$5-10$	10-nél több
beázás valószínűsége	0	15%	35%	60%
előrejelzés	40%	10%	30%	20%

B_1: nincs csapadék

$\mathbb{P}(B_1) = 0,4$

B_2 : $0-5$ mm csapadék

$\mathbb{P}(B_2) = 0,1$

A: Hanna sátra beázik

$\mathbb{P}(B_3) = 0,3$

B_3 : $5-10$ mm csapadék

$\mathbb{P}(B_4) = 0,2$

B_4 : > 10 mm csapadék

Teljes valószínűség tétele

csapadék (mm)	0	0 – 5	5 – 10	10-nél több
beázás valószínűsége	0	15%	35%	60%
előrejelzés	40%	10%	30%	20%

B_1: nincs csapadék

$\mathbb{P}(B_1) = 0,4$

$\mathbb{P}(A|B_1) = \mathbf{0}$

B_2 : 0 – 5 mm csapadék

$\mathbb{P}(B_2) = 0,1$

$\mathbb{P}(A|B_2) = \mathbf{0,15}$

A: Hanna sátra beázik

$\mathbb{P}(A|B_3) = \mathbf{0,35}$

$\mathbb{P}(B_3) = 0,3$

B_3 : 5 – 10 mm csapadék

$\mathbb{P}(A|B_4) = \mathbf{0,6}$

$\mathbb{P}(B_4) = 0,2$

B_4 : $>$ 10 mm csapadék

Teljes valószínűség tétele

csapadék (mm)	0	$0-5$	$5-10$	10-nél több
beázás valószínűsége	0	15%	35%	60%
előrejelzés	40%	10%	30%	20%

B_1: nincs csapadék

$\mathbb{P}(B_1) = 0,4$

$\mathbb{P}(A|B_1) = \mathbf{0}$

$B_2 : 0-5$ mm csapadék

$\mathbb{P}(B_2) = 0,1$

$\mathbb{P}(A|B_2) = \mathbf{0,15}$

A: Hanna sátra beázik

$\mathbb{P}(A|B_3) = \mathbf{0,35}$

$\mathbb{P}(B_3) = 0,3$

$B_3 : 5-10$ mm csapadék

$\mathbb{P}(A|B_4) = \mathbf{0,6}$

$\mathbb{P}(B_4) = 0,2$

$B_4 : > 10$ mm csapadék

$$\mathbb{P}(A) = \mathbb{P}(A|B_1)\mathbb{P}(B_1) + \mathbb{P}(A|B_2)\mathbb{P}(B_2) +$$
$$+ \mathbb{P}(A|B_3)\mathbb{P}(B_3) + \mathbb{P}(A|B_4)\mathbb{P}(B_4) =$$

Teljes valószínűség tétele

csapadék (mm)	0	0 – 5	5 – 10	10-nél több
beázás valószínűsége	0	15%	35%	60%
előrejelzés	40%	10%	30%	20%

B_1: nincs csapadék

$\mathbb{P}(B_1) = 0,4$

$\mathbb{P}(A|B_1) = \mathbf{0}$

B_2 : 0 – 5 mm csapadék

$\mathbb{P}(B_2) = 0,1$

$\mathbb{P}(A|B_2) = \mathbf{0,15}$

A: Hanna sátra beázik

$\mathbb{P}(A|B_3) = \mathbf{0,35}$

$\mathbb{P}(B_3) = 0,3$

B_3 : 5 – 10 mm csapadék

$\mathbb{P}(A|B_4) = \mathbf{0,6}$

$\mathbb{P}(B_4) = 0,2$

B_4 : > 10 mm csapadék

$$\mathbb{P}(A) = \mathbb{P}(A|B_1)\mathbb{P}(B_1) + \mathbb{P}(A|B_2)\mathbb{P}(B_2) +$$
$$+\mathbb{P}(A|B_3)\mathbb{P}(B_3) + \mathbb{P}(A|B_4)\mathbb{P}(B_4) =$$
$$= \mathbf{0} \cdot 0,4 + \mathbf{0,15} \cdot 0,1 + \mathbf{0,35} \cdot 0,3 + \mathbf{0,6} \cdot 0,2 = \mathbf{24}\%.$$

Bayes-tétel: példa

Hanna sátorozni megy Sopronba. Az alábbi táblázat mutatja, hogy adott mennyiségű csapadék esetén mennyi valószínűséggel ázik be a sátra, illetve az előrejelzés szerint mennyi az adott csapadékmennyiség valószínűsége.

csapadék (mm)	0	$0-5$	$5-10$	**10-nél több**
beázás valószínűsége	0	15%	35%	60%
előrejelzés	40%	10%	30%	20%

Mennyi a valószínűsége, hogy **Hanna sátra beázik?**

$$\mathbf{0}\cdot 0,4+\mathbf{0,15}\cdot 0,1+\mathbf{0,35}\cdot 0,3+\mathbf{0,6}\cdot 0,2=\mathbf{24\%}.$$

Hanna a **beázott sátorról** küld képeket.

Erre feltételesen mennyi annak valószínűsége, hogy Sopronban **több mint 10 mm eső** esett ezen a napon?

Bayes-tétel: példa

csapadék (mm)	0	$0-5$	$5-10$	**10-nél több**
beázás valószínűsége	0	15%	35%	60%
előrejelzés	40%	10%	30%	20%

B_1: nincs csapadék

$\mathbb{P}(B_1) = 0,4$

$\mathbb{P}(A|B_1) = 0$

$B_2 : 0-5$ mm csapadék

$\mathbb{P}(B_2) = 0,1$

$\mathbb{P}(A|B_2) = 0,15$

A: Hanna sátra beázik

$\mathbb{P}(A|B_3) = 0,35$

$\mathbb{P}(B_3) = 0,3$

$B_3 : 5-10$ mm csapadék

$\mathbb{P}(A|B_4) = 0,6$

$\mathbb{P}(B_4) = 0,2$

$B_4 : > 10$ mm csapadék

Bayes-tétel: példa

Hanna a **beázott sátorról** küld képeket. Mennyi annak valószínűsége, hogy Sopronban **több mint 10 mm eső** esett ezen a napon? Azaz mennyi $\mathbb{P}(B_4|A)$?

csapadék (mm)	0	$0-5$	$5-10$	**10-nél több**
beázás valószínűsége	0	15%	35%	**60%**
előrejelzés	40%	10%	30%	**20%**

Bayes-tétel: példa

Hanna a **beázott sátorról** küld képeket. Mennyi annak valószínűsége, hogy Sopronban **több mint 10 mm eső** esett ezen a napon? Azaz mennyi $\mathbb{P}(B_4|A)$?

csapadék (mm)	0	$0-5$	$5-10$	**10-nél több**
beázás valószínűsége	0	15%	35%	**60%**
előrejelzés	40%	10%	30%	**20%**

$$\mathbb{P}(\mathbf{B_4}|\mathbf{A}) = \frac{\mathbb{P}(\mathbf{A}|\mathbf{B_4})\mathbb{P}(\mathbf{B_4})}{\mathbb{P}(A|B_1)\mathbb{P}(B_1) + \ldots + \mathbb{P}(A|B_4)\mathbb{P}(B_4)} =$$

$$= \frac{\mathbf{0,6 \cdot 0,2}}{0 \cdot 0,4 + 0,15 \cdot 0,1 + 0,35 \cdot 0,3 + \mathbf{0,6 \cdot 0,2}} = \frac{0,12}{0,24} = \mathbf{50}\%.$$

Bayes-tétel: példa

Hanna a **beázott sátorról** küld képeket. Mennyi annak valószínűsége, hogy Sopronban **több mint 10 mm eső** esett ezen a napon? Azaz mennyi $\mathbb{P}(B_4|A)$?

csapadék (mm)	0	$0-5$	$5-10$	**10-nél több**
beázás valószínűsége	0	15%	35%	**60%**
előrejelzés	40%	10%	30%	**20%**

$$\mathbb{P}(\mathbf{B_4}|\mathbf{A}) = \frac{\mathbb{P}(\mathbf{A}|\mathbf{B_4})\mathbb{P}(\mathbf{B_4})}{\mathbb{P}(A|B_1)\mathbb{P}(B_1) + \ldots + \mathbb{P}(A|B_4)\mathbb{P}(B_4)} =$$

$$= \frac{\mathbf{0,6 \cdot 0,2}}{0 \cdot 0,4 + 0,15 \cdot 0,1 + 0,35 \cdot 0,3 + \mathbf{0,6 \cdot 0,2}} = \frac{0,12}{0,24} = \mathbf{50\%}.$$

Vagyis feltéve, hogy beázott a sátor, 50% valószínűséggel volt 10 mm-nél több csapadék. Ez több, mint 20%: feltéve, hogy beázott a sátor, valószínűbb a sok csapadék, mint az új információ nélkül.

Teljes eseményrendszer

Definíció (Teljes eseményrendszer)

A $B_1, B_2, \ldots \in \mathcal{A}$ *(véges vagy megszámlálható sok) esemény együttesét teljes eseményrendszernek nevezzük, ha*

(i) $\bigcup_{i=1}^{\infty} B_i = \Omega$, *azaz legalább az egyik bekövetkezik;*

(ii) $B_i \cap B_j = \emptyset$ *teljesül minden* $1 \leq i < j$*-re, azaz páronként kizáróak, semelyik kettő nem következhet be egyszerre;*

(iii) $\mathbb{P}(B_i) > 0$ *minden* $i = 1, 2, \ldots$*-re, azaz mindegyiknek pozitív a valószínűsége.*

Teljes eseményrendszer

Definíció (Teljes eseményrendszer)

A $B_1, B_2, \ldots \in \mathcal{A}$ *(véges vagy megszámlálható sok) esemény együttesét teljes eseményrendszernek nevezzük, ha*

(i) $\bigcup_{i=1}^{\infty} B_i = \Omega$, *azaz legalább az egyik bekövetkezik;*

(ii) $B_i \cap B_j = \emptyset$ *teljesül minden* $1 \leq i < j$*-re, azaz páronként kizáróak, semelyik kettő nem következhet be egyszerre;*

(iii) $\mathbb{P}(B_i) > 0$ *minden* $i = 1, 2, \ldots$*-re, azaz mindegyiknek pozitív a valószínűsége.*

Tétel (Teljes valószínűség tétele)

Legyen $A \in \mathcal{A}$ *tetszőleges esemény,* $B_1, B_2, \ldots$ *pedig teljes eseményrendszer. Ekkor*

$$\mathbb{P}(A) = \mathbb{P}(A|B_1)\mathbb{P}(B_1) + \mathbb{P}(A|B_2)\mathbb{P}(B_2) + \mathbb{P}(A|B_3)\mathbb{P}(B_3) + \ldots = \sum_{i=1}^{\infty} \mathbb{P}(A|B_i)\mathbb{P}(B_i).$$

Bayes-tétel

Tétel (Teljes valószínűség tétele)

Legyen $A \in \mathcal{A}$ tetszőleges esemény, $B_1, B_2, \dots$ pedig teljes eseményrendszer. Ekkor

$$\mathbb{P}(A) = \mathbb{P}(A|B_1)\mathbb{P}(B_1) + \mathbb{P}(A|B_2)\mathbb{P}(B_2) + \mathbb{P}(A|B_3)\mathbb{P}(B_3) + \dots = \sum_{i=1}^{\infty} \mathbb{P}(A|B_i)\mathbb{P}(B_i).$$

Tétel (Bayes-tétel)

Legyen $A \in \mathcal{A}$ olyan esemény, melyre $\mathbb{P}(A) > 0$, $B_1, B_2, \dots$ pedig teljes eseményrendszer. Ekkor minden $k = 1, 2, \dots$-re teljesül, hogy

$$\mathbb{P}(B_k|A) = \frac{\mathbb{P}(A|B_k)\mathbb{P}(B_k)}{\mathbb{P}(A|B_1)\mathbb{P}(B_1) + \mathbb{P}(A|B_2)\mathbb{P}(B_2) + \mathbb{P}(A|B_3)\mathbb{P}(B_3) + \dots} = \frac{\mathbb{P}(A|B_k)\mathbb{P}(B_k)}{\sum_{i=1}^{\infty} \mathbb{P}(A|B_i)\mathbb{P}(B_i)}.$$

Függetlenség: példa

Emlékeztető: az A és B események **függetlenek**, ha

$$\mathbb{P}(\mathbf{A} \cap \mathbf{B}) = \mathbb{P}(\mathbf{A}) \cdot \mathbb{P}(\mathbf{B}).$$

Ha például X a csapadékmennyiség holnap Budapesten (mm-ben), és Y New York-ban, akkor például

$$\mathbf{A} : X \leq 5; \qquad \mathbf{B} : Y \leq 5$$

esetén ez a feltétel így írható:

$$\mathbb{P}(X \leq 5, Y \leq 5) = \mathbb{P}(X \leq 5) \cdot \mathbb{P}(Y \leq 5).$$

Azaz, feltételezve, hogy a két város időjárása egymástól független: annak valószínűsége, hogy **mindkét helyen legfeljebb 5 mm csapadék lesz**, a két esemény **valószínűségének szorzata**.

Valószínűségi változók függetlensége

- **két valószínűségi változóra**: az $X, Y : \Omega \to \mathbb{R}$ valószínűségi változók **függetlenek**, ha

$$\mathbb{P}(X \le t_1, Y \le t_2) = \mathbb{P}(X \le t_1) \cdot \mathbb{P}(Y \le t_2)$$

  teljesül tetszőleges $t_1, t_2 \in \mathbb{R}$ valós számokra.

- **véges sok valószínűségi változóra**: $X_1, \ldots, X_n : \Omega \to \mathbb{R}$ valószínűségi változók **függetlenek**, ha

$$\mathbb{P}(X_1 \le t_1, X_2 \le t_2, \ldots, X_n \le t_n) = \\ = \mathbb{P}(X_1 \le t_1) \cdot \mathbb{P}(X_2 \le t_2) \ldots \mathbb{P}(X_n \le t_n)$$

  teljesül tetszőleges $t_1, t_2, \ldots, t_n$ valós számokra.

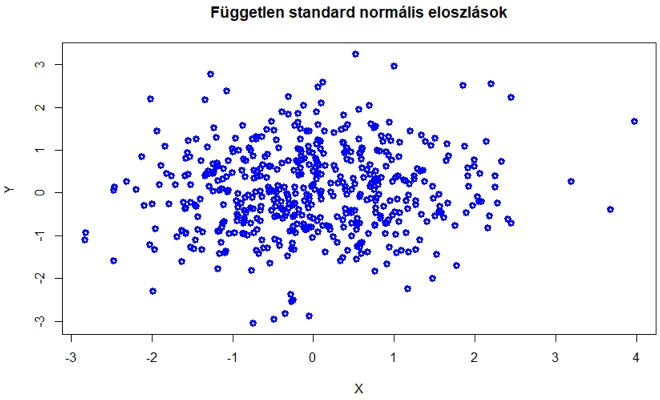
- **megszámlálható sok valószínűségi változóra**: az $X_1, X_2, X_3 \ldots$ valószínűségi változók **függetlenek**, ha közülük bármely véges sokat kiválasztva független valószínűségi változókat kapunk.

Függetlenség, pozitív korreláció, negatív korreláció

- **független** valószínűségi változók („nincs kapcsolat”):
  - a csapadékmennyiség holnap New Yorkban, illetve Budapesten;
  - mérési hibák egy mérést többször megismételve;
  - két távoli helyről származó kőzetminta vastartalma.
- **pozitívan korrelált** valószínűségi változók („ha az egyik nagyobb, a másik is nagyobb valószínűséggel vesz fel nagyobb értékeket”):
  - a csapadékmennyiség holnap Budapesten, illetve Budaörsön;
  - a napsütéses órák száma és a hőmérséklet;
  - egy kőzetminta vas– és réztartalma;
- **negatívan korrelált** valószínűségi változók („ha az egyik nagyobb, a másik kisebb”):
  - a napsütéses órák száma és a csapadékmennyiség egy napon belül.

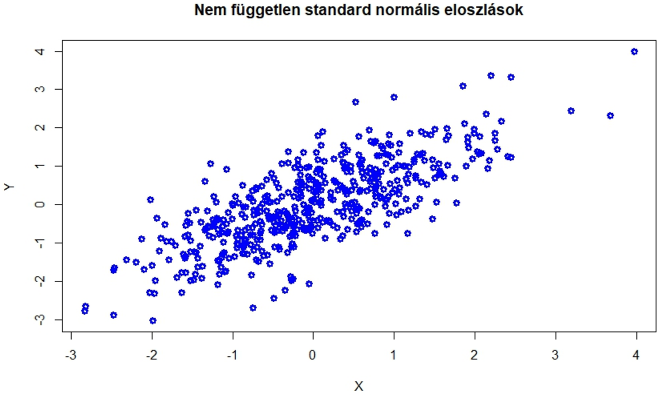
Ezek az összefüggések nem jelentenek ok-okozatot.

Független normális eloszlások



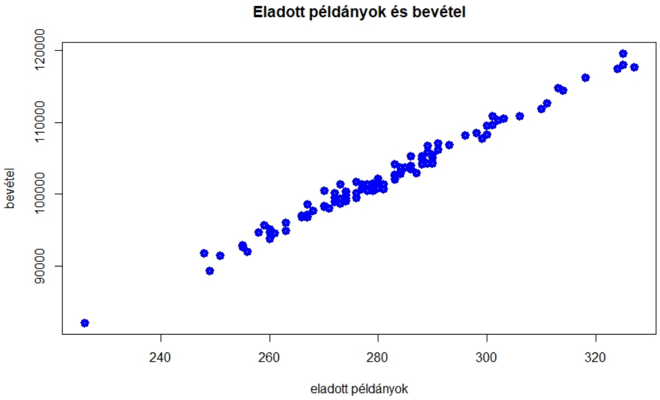
500 darab véletlen pont a síkon, melyek koordinátái **független** standard nomális eloszlásúak. A koordináták között nincs kapcsolat: a kovariancia és a korrelációs együttható is **0** lesz.

Pozitív korreláció



500 elemű minta a következő többdimenziós normális eloszlásból: $(X, \frac{X+Z}{\sqrt{2}})$, ahol $X, Z \sim N(0,1)$ függetlenek.
Minél nagyobb X, „valószínűleg" annál nagyobb $(X+Z)/2$ is $\to$ ennek megfelelően a két koordináta közötti **kovariancia** és **korrelációs együttható** is **pozitív** lesz.

Erős pozitív korreláció



100 elemű minta az $(X+Y, 300X+400Y)$ eloszlásból, ahol $X \sim \text{Poisson}(100)$ és $Y \sim \text{Poisson}(180)$ függetlenek. A megfigyelések szinte teljesen egy pozitív meredekségű egyenesre illeszkednek $\rightarrow$ a **korrelációs együttható pozitív** és **majdnem 1**, ami „nagy”, mert ennek 1 lesz a lehetséges legnagyobb értéke.

A kovariancia

Legyenek X és Y olyan valószínűségi változók, melyeknek szórása létezik. Ekkor X és Y **kovarianciája**:

$$\mathrm{cov}(X, Y) = \mathbb{E}\big((X - \mathbb{E}(X)) \cdot (Y - \mathbb{E}(Y))\big).$$

A kovariancia

Legyenek X és Y olyan valószínűségi változók, melyeknek szórása létezik. Ekkor X és Y **kovarianciája**:

$$\mathrm{cov}(X,Y) = \mathbb{E}\big((X - \mathbb{E}(X)) \cdot (Y - \mathbb{E}(Y))\big).$$

- **A kovariancia kiszámítása:**

$$\mathrm{cov}(X,Y) = \mathbb{E}(X \cdot Y) - \mathbb{E}(X)\mathbb{E}(Y).$$

- **Szimmetria.** $\mathrm{cov}(X,Y) = \mathrm{cov}(Y,X)$.
- **Kapcsolat a szórásnégyzettel.** $\mathrm{cov}(X,X) = D^2(X)$.
- **Függetlenséggel való kapcsolat.** Ha az X és Y valószínűségi változók **függetlenek**, akkor $\mathrm{cov}(X,Y) = \mathbf{0}$. Azaz

$$X, Y \text{ függetlenek} \qquad \Rightarrow \qquad \mathbb{E}(XY) = \mathbb{E}(X)\mathbb{E}(Y).$$

Fordítva nem igaz: $\mathrm{cov}(X,Y) = 0$ esetén nem biztos, hogy X és Y függetlenek. Ha $\mathrm{cov}(X,Y) = 0$, akkor azt mondjuk, hogy X és Y korrelálatlanok.