Valószínűségszámítás 2. zh, matematikatanár szak, 2016. december 5.

1. Tegyük fel, hogy júliusban minden nap a többitől függetlenül p valószínűséggel alakul ki jégeső (a $p \in [0,1]$ számot nem ismerjük). Sokéves megfigyelések szerint júliusban átlagosan $2,75$ a jégesők száma, ezért feltételezzük, hogy a júliusi jégesők számának várható értéke $2,75$. (a) Mire következtethetünk ebből, mennyi p értéke? [10 pont] (b) Ezt a p értéket használva mennyi a júliusi jégesők számának szórása? [10 pont]

2. Egy cukrászdában egy rúd mákos bejgli 2000 Ft-ba, a diós bejgli 2500 Ft-ba kerül. Jelölje X, hogy decemberben összesen hány rúd mákos bejglit adnak el, Y pedig azt, hogy hány rúd diós bejglit adnak el ugyanezalatt az időszak alatt. Tegyük fel, hogy X és Y függetlenek, továbbá X várható értéke 500, szórása 20, Y várható értéke pedig 400, szórása 30. Számítsuk ki a decemberben eladott összes bejglik számának és a bejglik eladásából származó bevételnek a kovarianciáját és korrelációs együtthatóját. [20 pont]

3. Legyen X exponenciális eloszlású valószínűségi változó $\lambda > 0$ paraméterrel. Számítsuk ki az $Y = 1 - e^{-\lambda X}$ valószínűségi változó eloszlásfüggvényét és sűrűségfüggvényét. [20 pont]

4. Egy gyógyszer az előírás szerint tablettánként 100 mg hatóanyagot tartalmaz. Tegyük fel, hogy a gyártás során az egy tablettába kerülő hatóanyagtartalom (amit X-szel jelölünk) egyenletes eloszlású a $[95, 105]$ intervallumon.

   (a) Mennyi a valószínűsége, hogy egy tablettába legalább 97, de legfeljebb 102 mg hatóanyag kerül? [10 pont]

   (b) Egy tablettáról egy előzetes mérés során kiderül, hogy a hatóanyag-tartalma 97 és 102 mg között van. Ezt feltételezve mennyi a valószínűsége, hogy ez a tabletta legfeljebb 100 mg hatóanyagot tartalmaz? [10 pont]

5. Tekintsük a 2. feladatban szereplő X valószínűségi változót, azaz a mákos bejglit vásárlók számát, melyről tehát azt tudjuk, hogy várható értéke 500, szórása 20. A cukrász n darab mákos bejglire elegendő mákot rendel decemberre. Legyen q annak valószínűsége, hogy nem lesz elég a mák, azaz több mint n mákos bejglit adnak el.

   (a) Adjunk felső becslést q-ra a Markov- és a Csebisev-egyenlőtlenség segítségével is. [10 pont]

   (b) Hány bejglihez elegendő mákot kell rendelni (azaz legalább mennyi legyen n), hogy q ne legyen több $0,05$-nél? [10 pont]

A megoldásokat indokolni kell, de előadáson vagy gyakorlaton szereplő állításokat nem kell bizonyítani.

Összesen száz pontot lehet elérni, a minimum pontszám 30 pont (ha ezt nem sikerül elérni, pótzh-t kell írni). Ponthatárok két zh után: 0–69: elégtelen; 70–84: 2; 85-99: 2,5; 100–114: 3; 115–129: 3,5; 130–144: 4; 145–159: 4,5; 160–200: 5. A pontszámokat a neptun "feladatok" rovatában lehet majd megnézni.

Pótzh: december 21., szerda, 10:00-11:30, D 2-502. **Aki ekkor javítózh-t szeretne írni, legkésőbb december 20-ig írja meg emailen, hogy az első vagy második témakörből ír javítózh-t** (különben nem biztos, hogy lesz feladatsora): `agnes@cs.elte.hu`

Valószínűségszámítás 2. zh, matematikatanár szak, 2016. december 5.

1. Tegyük fel, hogy júliusban minden nap a többitől függetlenül p valószínűséggel alakul ki jégeső (a $p \in [0,1]$ számot nem ismerjük). Sokéves megfigyelések szerint júliusban átlagosan $2,75$ a jégesők száma, ezért feltételezzük, hogy a júliusi jégesők számának várható értéke $2,75$. (a) Mire következtethetünk ebből, mennyi p értéke? [10 pont] (b) Ezt a p értéket használva mennyi a júliusi jégesők számának szórása? [10 pont]

2. Egy cukrászdában egy rúd mákos bejgli 2000 Ft-ba, a diós bejgli 2500 Ft-ba kerül. Jelölje X, hogy decemberben összesen hány rúd mákos bejglit adnak el, Y pedig azt, hogy hány rúd diós bejglit adnak el ugyanezalatt az időszak alatt. Tegyük fel, hogy X és Y függetlenek, továbbá X várható értéke 500, szórása 20, Y várható értéke pedig 400, szórása 30. Számítsuk ki a decemberben eladott összes bejglik számának és a bejglik eladásából származó bevételnek a kovarianciáját és korrelációs együtthatóját. [20 pont]

3. Legyen X exponenciális eloszlású valószínűségi változó $\lambda > 0$ paraméterrel. Számítsuk ki az $Y = 1 - e^{-\lambda X}$ valószínűségi változó eloszlásfüggvényét és sűrűségfüggvényét. [20 pont]

4. Egy gyógyszer az előírás szerint tablettánként 100 mg hatóanyagot tartalmaz. Tegyük fel, hogy a gyártás során az egy tablettába kerülő hatóanyagtartalom (amit X-szel jelölünk) egyenletes eloszlású a $[95, 105]$ intervallumon.

   (a) Mennyi a valószínűsége, hogy egy tablettába legalább 97, de legfeljebb 102 mg hatóanyag kerül? [10 pont]

   (b) Egy tablettáról egy előzetes mérés során kiderül, hogy a hatóanyag-tartalma 97 és 102 mg között van. Ezt feltételezve mennyi a valószínűsége, hogy ez a tabletta legfeljebb 100 mg hatóanyagot tartalmaz? [10 pont]

5. Tekintsük a 2. feladatban szereplő X valószínűségi változót, azaz a mákos bejglit vásárlók számát, melyről tehát azt tudjuk, hogy várható értéke 500, szórása 20. A cukrász n darab mákos bejglire elegendő mákot rendel decemberre. Legyen q annak valószínűsége, hogy nem lesz elég a mák, azaz több mint n mákos bejglit adnak el.

   (a) Adjunk felső becslést q-ra a Markov- és a Csebisev-egyenlőtlenség segítségével is. [10 pont]

   (b) Hány bejglihez elegendő mákot kell rendelni (azaz legalább mennyi legyen n), hogy q ne legyen több $0,05$-nél? [10 pont]

A megoldásokat indokolni kell, de előadáson vagy gyakorlaton szereplő állításokat nem kell bizonyítani.

Összesen száz pontot lehet elérni, a minimum pontszám 30 pont (ha ezt nem sikerül elérni, pótzh-t kell írni). Ponthatárok két zh után: 0–69: elégtelen; 70–84: 2; 85-99: 2,5; 100–114: 3; 115–129: 3,5; 130–144: 4; 145–159: 4,5; 160–200: 5. A pontszámokat a neptun "feladatok" rovatában lehet majd megnézni.

Pótzh: december 21., szerda, 10:00-11:30, D 2-502. **Aki ekkor javítózh-t szeretne írni, legkésőbb december 20-ig írja meg emailen, hogy az első vagy második témakörből ír javítózh-t** (különben nem biztos, hogy lesz feladatsora): `agnes@cs.elte.hu`

Valószínűségszámítás 2. zh, alkalmazott matematika bsc, 2016. december 7.

1. Kosárlabdában 2 és 3 pontos kosarat lehet dobni. A Cleveland Cavaliersről azt tesszük fel, hogy a következő meccsen X alkalommal szereznek kétpontos, Y alkalommal hárompontos kosarat, ahol X és Y függetlenek, X várható értéke 30, szórása 5, míg Y várható értéke 5, szórása 2. Számítsuk ki ennek a csapat következő meccsen dobott kosarainak és az ezzel elért pontszámuknak (büntető dobásból is lehet pontot szerezni, ezt most ne vegyük figyelembe) korrelációs együtthatóját. [10 pont]

2. Az X valószínűségi változó sűrűségfüggvénye az alábbi módon adható meg, valamely c számra: $f(x) = \begin{cases} c(x+1), & \text{ha } -1 \le x \le 0; \\ c(1-x), & \text{ha } 0 \le x \le 1; \\ 0, & \text{különben.} \end{cases}$

   (a) Határozzuk meg c értékét. [4 pont]

   (b) Határozzuk meg X szórásnégyzetét. [6 pont]

3. Tegyük fel, hogy egy gyárban az egy pohárba kerülő joghurt tömege 149 g várható értékű és σ szórású normális eloszlású valószínűségi változó. Az előírás szerint ha a címkén 150 g szerepel, akkor annak valószínűsége, hogy egy pohárban legfeljebb 145 g van, legfeljebb 3% lehet. Legfeljebb mennyi lehet σ, ha a gyár betartja ezt az előírást? [10 pont]

4. Legyen X exponenciális eloszlású valószínűségi változó λ paraméterrel. Határozzuk meg $1 - e^{-\lambda X}$ eloszlásfüggvényét. [10 pont]

5. Legyen az (X, Y) valószínűségi változók együttes sűrűségfüggvénye az alábbi függvény: $f(x,y) = \begin{cases} 2xy + y, & \text{ha } (x,y) \in [0,1]^2; \\ 0, & \text{különben.} \end{cases}$

   (a) Független-e X és Y? [4 pont]

   (b) Számítsuk ki X sűrűségfüggvényét (azaz az első peremsűrűségfüggvényt) és várható értékét. [6 pont]

A megoldásokat indokolni kell, de előadáson vagy gyakorlaton szereplő állításokat nem kell bizonyítani.

Összesen ötven pontot lehet elérni, a minimum pontszám 10 pont (ha ezt nem sikerül elérni, pótzh-t kell írni). Ponthatárok két zh után: 40, 53, 66, 79. A pontszámokat a neptun "feladatok" rovatában lehet majd megnézni.

A december 14-i gyakorlat elmarad. Pótzh: december 21., szerda, 10:00-11:30, D 2-502. **Aki ekkor javítózh-t szeretne írni, legkésőbb december 20-ig írja meg emailen, hogy az első vagy második témakörből ír javítózh-t** (különben nem biztos, hogy lesz feladatsora): `agnes@cs.elte.hu`

Valószínűségszámítás 2. zh, alkalmazott matematika bsc, 2016. december 7.

1. Kosárlabdában 2 és 3 pontos kosarat lehet dobni. A Cleveland Cavaliersről azt tesszük fel, hogy a következő meccsen X alkalommal szereznek kétpontos, Y alkalommal hárompontos kosarat, ahol X és Y függetlenek, X várható értéke 30, szórása 5, míg Y várható értéke 5, szórása 2. Számítsuk ki ennek a csapat következő meccsen dobott kosarainak és az ezzel elért pontszámuknak (büntető dobásból is lehet pontot szerezni, ezt most ne vegyük figyelembe) korrelációs együtthatóját. [10 pont]

2. Az X valószínűségi változó sűrűségfüggvénye az alábbi módon adható meg, valamely c számra: $f(x) = \begin{cases} c(x+1), & \text{ha } -1 \le x \le 0; \\ c(1-x), & \text{ha } 0 \le x \le 1; \\ 0, & \text{különben.} \end{cases}$

   (a) Határozzuk meg c értékét. [4 pont]

   (b) Határozzuk meg X szórásnégyzetét. [6 pont]

3. Tegyük fel, hogy egy gyárban az egy pohárba kerülő joghurt tömege 149 g várható értékű és σ szórású normális eloszlású valószínűségi változó. Az előírás szerint ha a címkén 150 g szerepel, akkor annak valószínűsége, hogy egy pohárban legfeljebb 145 g van, legfeljebb 3% lehet. Legfeljebb mennyi lehet σ, ha a gyár betartja ezt az előírást? [10 pont]

4. Legyen X exponenciális eloszlású valószínűségi változó λ paraméterrel. Határozzuk meg $1 - e^{-\lambda X}$ eloszlásfüggvényét. [10 pont]

5. Legyen az (X, Y) valószínűségi változók együttes sűrűségfüggvénye az alábbi függvény: $f(x, y) = \begin{cases} 2xy + y, & \text{ha } (x, y) \in [0, 1]^2; \\ 0, & \text{különben.} \end{cases}$

   (a) Független-e X és Y? [4 pont]

   (b) Számítsuk ki X sűrűségfüggvényét (azaz az első peremsűrűségfüggvényt) és várható értékét. [6 pont]

A megoldásokat indokolni kell, de előadáson vagy gyakorlaton szereplő állításokat nem kell bizonyítani.

Összesen ötven pontot lehet elérni, a minimum pontszám 10 pont (ha ezt nem sikerül elérni, pótzh-t kell írni). Ponthatárok két zh után: 40, 53, 66, 79. A pontszámokat a neptun "feladatok" rovatában lehet majd megnézni.

A december 14-i gyakorlat elmarad. Pótzh: december 21., szerda, 10:00-11:30, D 2-502. **Aki ekkor javítózh-t szeretne írni, legkésőbb december 20-ig írja meg emailen, hogy az első vagy második témakörből ír javítózh-t** (különben nem biztos, hogy lesz feladatsora): `agnes@cs.elte.hu`

Valószínűségszámítás 2. zh, alkalmazott matematikus bsc, 2016. december 8.

1. Tekintsük a $[0,1] \times [0,1]$ négyzetet, és válasszunk belőle egy pontot egyenletes eloszlás szerint. Jelölje Z a kiválasztott pontnak a négyzet középpontjától vett távolságát.

   (a) Számítsuk ki Z sűrűségfüggvényét. [5 pont]

   (b) Számítsuk ki Z várható értékét. [5 pont]

2. Tegyük fel, hogy a kompakt fénycsövek élettartama exponenciális eloszlású valamilyen $\lambda > 0$ paraméterrel (azaz sűrűségfüggvénye $\lambda e^{-\lambda x}$, ha $x > 0$ és 0 különben). A korábbi megfigyelések alapján feltételezzük, hogy az élettartam várható értéke 5 év. Mennyi a valószínűsége, hogy egy ilyen fénycső működésének ötödik évében romlik el, azaz az élettartama 4 és 5 év közé esik? [8 pont]

3. Legyen Y standard normális eloszlású valószínűségi változó. Számítsuk ki $Z = e^{3Y}$ sűrűségfüggvényét. (Megjegyzés: ekkor Z lognormális eloszlású). [8 pont]

4. Legyen az (X, Y) valószínűségi változók együttes sűrűségfüggvénye az alábbi függvény: $f(x, y) = 6x^2y$, ha $0 \leq x, y \leq 1$, és 0 különben.

   (a) Határozzuk meg az X valószínűségi változó sűrűségfüggvényét és várható értékét. [6 pont]

   (b) Határozzuk meg X és $X + Y$ kovarianciáját. [6 pont]

5. Egy koncertre 15000 nézőt várnak. Tegyük fel, hogy minden néző a többiektől függetlenül 8% valószínűséggel szeretné megvásárolni a zenekar legújabb lemezét a helyszínen. A szervezők 1300 darab cd-t hoztak. A centrális határeloszlás-tétel segítségével közelítve, mennyi a valószínűsége, hogy ez a mennyiség kevés, azaz többen szeretnének lemezt vásárolni, mint ahány a helyszínen van? [12 pont]

A megoldásokat indokolni kell, de előadáson vagy gyakorlaton szereplő állításokat nem kell bizonyítani.

Összesen ötven pontot lehet elérni, a minimum pontszám 10 pont (ha ezt nem sikerül elérni, pótzh-t kell írni). Ponthatárok két zh után: 40, 53, 66, 79. A pontszámokat a neptun "feladatok" rovatában lehet majd megnézni, a kijavított dolgozatokat pedig a december 15-i gyakorlaton.

Pótzh: december 21., szerda, 10:00-11:30, D 2-502. **Aki ekkor javítózh-t szeretne írni, legkésőbb december 20-ig írja meg emailen, hogy az első vagy második témakörből ír javítózh-t** (különben nem biztos, hogy lesz feladatsora): `agnes@cs.elte.hu`

Valószínűségszámítás 2. zh, alkalmazott matematikus bsc, 2016. december 8.

1. Tekintsük a $[0,1]$ intervallumot, és válasszunk belőle egy pontot egyenletes eloszlás szerint. Jelölje Z az így kialakuló két szakasz hosszának különbségét (mindig a nagyobb hosszból vonjuk a ki a kisebbet).

   (a) Számítsuk ki Z sűrűségfüggvényét. [5 pont]

   (b) Számítsuk ki Z várható értékét. [5 pont]

2. Legyen Y standard normális eloszlású valószínűségi változó. Számítsuk ki $Z = e^{2Y}$ sűrűségfüggvényét. (Megjegyzés: ekkor Z lognormális eloszlású). [8 pont]

3. Tegyük fel, hogy a kompakt fénycsövek élettartama exponenciális eloszlású valamilyen $\lambda > 0$ paraméterrel (azaz sűrűségfüggvénye $\lambda e^{-\lambda x}$, ha $x > 0$ és 0 különben). A korábbi megfigyelések alapján feltételezzük, hogy az élettartam várható értéke 3 év. Mennyi a valószínűsége, hogy egy ilyen fénycső működésének negyedik évében romlik el, azaz az élettartama 3 és 4 év közé esik? [8 pont]

4. Legyen az (X, Y) valószínűségi változók együttes sűrűségfüggvénye az alábbi függvény: $f(x, y) = 4xy^3$, ha $0 \le x, y \le 1$, és 0 különben.

   (a) Határozzuk meg az X valószínűségi változó sűrűségfüggvényét és várható értékét. [6 pont]

   (b) Határozzuk meg Y és $X + Y$ kovarianciáját. [6 pont]

5. Egy futballmérkőzésre 30000 néző jön. Tegyük fel, hogy mindenki a többiektől függetlenül 1% valószínűséggel vásárolja meg a csapat hivatalos 9-es mezét. Ebből a szervezők 4000 darabot hoztak a mérkőzésre. A centrális határeloszlás-tétel segítségével közelítve, mennyi a valószínűsége, hogy ez a mennyiség kevés, azaz többen szeretnének mezt vásárolni, mint ahány a helyszínen van? [12 pont]

A megoldásokat indokolni kell, de előadáson vagy gyakorlaton szereplő állításokat nem kell bizonyítani.

Összesen ötven pontot lehet elérni, a minimum pontszám 10 pont (ha ezt nem sikerül elérni, pótzh-t kell írni). Ponthatárok két zh után: 40, 53, 66, 79. A pontszámokat a neptun "feladatok" rovatában lehet majd megnézni, a kijavított dolgozatokat pedig a december 15-i gyakorlaton.

Pótzh: december 21., szerda, 10:00-11:30, D 2-502. **Aki ekkor javítózh-t szeretne írni, legkésőbb december 20-ig írja meg emailen, hogy az első vagy második témakörből ír javítózh-t** (különben nem biztos, hogy lesz feladatsora): `agnes@cs.elte.hu`

Valószínűségszámítás 2. zh, matematikus bsc, 2016. december 9.

1. Tegyük fel, hogy az X_n valószínűségi változó binomiális eloszlású n renddel és $p_n = c/n + 1/n^2$ paraméterrel. Konvergens-e eloszlásban az $(X_n)_{n=1}^{\infty}$ sorozat $n \to \infty$ esetén, és ha igen, milyen eloszlású a limesze? [10 pont]

2. Legyenek X és Y független, azonos eloszlású valószínűségi változók. Lehetséges-e, hogy az $X - Y$ valószínűségi változó egyenletes eloszlású a $[-1, 1]$ intervallumon? [10 pont]

3. Legyenek $X_1, X_2, \ldots$ független Poisson-eloszlású valószínűségi változók úgy, hogy mindegyiknek 2 a várható értéke. Mennyi az alábbi határérték:
$$\mathbb{P}\left(2 - \frac{2}{\sqrt{n}} \leq \frac{\sum_{i=1}^{n} X_i}{n} \leq 2 + \frac{2}{\sqrt{n}}\right).$$
[10 pont]

4. Legyenek $X_1, X_2, \ldots$ független valószínűségi változók, mindegyik a $-1, 0, 1$ számok mindegyikét $1/3$ valószínűséggel veszi fel. Milyen c számra lesz az $X_n^3 - cX_n$ sorozat martingál az $\mathcal{F}_n = \sigma X_1, \ldots, X_n$ σ-algebra sorozatra nézve? [10 pont]

5. Legyenek X és Y független λ paraméterű exponenciális eloszlású valószínűségi változók. Határozzuk meg $\min(X, Y)$-nak $\max(X, Y)$-ra vett feltételes várható értékét. [10 pont]

A megoldásokat indokolni kell, de előadáson vagy gyakorlaton szereplő állításokat nem kell bizonyítani.

Összesen ötven pontot lehet elérni. A pontszámokat a neptun “feladatok” rovatában lehet majd megnézni, a kijavított dolgozatokat pedig a december 14-i gyakorlaton.

Pótzh: december 21., szerda, 10:00-11:30, D 2-502. **Aki ekkor javítózh-t szeretne írni, legkésőbb december 20-ig írja meg emailen, hogy az első vagy második témakörből ír javítózh-t** (különben nem biztos, hogy lesz feladatsora): `agnes@cs.elte.hu`

Valószínűségszámítás 2. zh, matematikus bsc, 2016. december 9.

1. Tegyük fel, hogy az X_n valószínűségi változó binomiális eloszlású n renddel és $p_n = c/n + 1/n^2$ paraméterrel. Konvergens-e eloszlásban az $(X_n)_{n=1}^{\infty}$ sorozat $n \to \infty$ esetén, és ha igen, milyen eloszlású a limesze? [10 pont]

2. Legyenek X és Y független, azonos eloszlású valószínűségi változók. Lehetséges-e, hogy az $X - Y$ valószínűségi változó egyenletes eloszlású a $[-1, 1]$ intervallumon? [10 pont]

3. Legyenek $X_1, X_2, \ldots$ független Poisson-eloszlású valószínűségi változók úgy, hogy mindegyiknek 2 a várható értéke. Mennyi az alábbi határérték:
$$\mathbb{P}\left(2 - \frac{2}{\sqrt{n}} \leq \frac{\sum_{i=1}^{n} X_i}{n} \leq 2 + \frac{2}{\sqrt{n}}\right).$$
[10 pont]

4. Legyenek $X_1, X_2, \ldots$ független valószínűségi változók, mindegyik a $-1, 0, 1$ számok mindegyikét $1/3$ valószínűséggel veszi fel. Milyen c számra lesz az $X_n^3 - cX_n$ sorozat martingál az $\mathcal{F}_n = \sigma X_1, \ldots, X_n$ σ-algebra sorozatra nézve? [10 pont]

5. Legyenek X és Y független λ paraméterű exponenciális eloszlású valószínűségi változók. Határozzuk meg $\min(X, Y)$-nak $\max(X, Y)$-ra vett feltételes várható értékét. [10 pont]

A megoldásokat indokolni kell, de előadáson vagy gyakorlaton szereplő állításokat nem kell bizonyítani.

Összesen ötven pontot lehet elérni. A pontszámokat a neptun "feladatok" rovatában lehet majd megnézni, a kijavított dolgozatokat pedig a december 14-i gyakorlaton.

Pótzh: december 21., szerda, 10:00-11:30, D 2-502. **Aki ekkor javítózh-t szeretne írni, legkésőbb december 20-ig írja meg emailen, hogy az első vagy második témakörből ír javítózh-t** (különben nem biztos, hogy lesz feladatsora): `agnes@cs.elte.hu`

Valószínűségszámítás 2. zh, alkalmazott matematikus bsc, 2016. december 21.

1. Legyen az X valószínűségi változó egyenletes eloszlású a $[0, 2]$ intervallumon.

   (a) Számítsuk ki X^3 sűrűségfüggvényét. [4 pont]

   (b) Számítsuk ki X^3 szórásnégyzetét. [6 pont]

2. Legyen X egy ember reakcióideje másodpercben mérve. Tegyük fel, hogy X exponenciális eloszlású valószínűségi változó, és annak valószínűsége, hogy $X \geq 3$, egyenlő $0,6$-tal. Mennyi X várható értéke? [8 pont]

3. Tegyük fel, hogy X és Y független normális eloszlású valószínűségi változók, és X várható értéke 3, szórása 2, Y várható értéke 5, szórása 4. Számítsuk ki az $X + Y$ és a $10X + 12Y$ valószínűségi változók kovarianciáját. [8 pont]

4. Legyen az (X, Y) valószínűségi változók együttes sűrűségfüggvénye az alábbi függvény: $f(x, y) = c(x + 1)y$, ha $0 \leq x \leq 1$ és $0 \leq y \leq 1$, és 0 különben.

   (a) Határozzuk meg c értékét. [4 pont]

   (b) Határozzuk meg X sűrűségfüggvényét és várható értékét. [6 pont]

   (c) Független-e X és Y? [4 pont]

5. Tegyük fel, hogy egy gyárban az egy dobozba kerülő joghurt tömege (grammban mérve) m várható értékű és 2 szórású, normális eloszlású valószínűségi változó. Egy doboz megfelelő, ha benne legalább 147 g joghurt van. Legalább mennyi legyen m, ha annak valószínűsége, hogy egy doboz *nem* megfelelő, legfeljebb 0,05 lehet? [10 pont]

A megoldásokat indokolni kell, de előadáson vagy gyakorlaton szereplő állításokat nem kell bizonyítani.

Összesen ötven pontot lehet elérni, a minimum pontszám 10 pont (ha ezt nem sikerül elérni, pótzh-t kell írni). Ponthatárok két zh után: 40, 53, 66, 79. A pontszámokat a neptun "feladatok" rovatában lehet majd megnézni.

Valószínűségszámítás 2. zh, alkalmazott matematikus bsc, 2016. december 21.

1. Legyen az X valószínűségi változó egyenletes eloszlású a $[0, 2]$ intervallumon.
   (a) Számítsuk ki X^3 sűrűségfüggvényét. [4 pont]
   (b) Számítsuk ki X^3 szórásnégyzetét. [6 pont]

2. Legyen X egy ember reakcióideje másodpercben mérve. Tegyük fel, hogy X exponenciális eloszlású valószínűségi változó, és annak valószínűsége, hogy $X \geq 3$, egyenlő $0,6$-tal. Mennyi X várható értéke? [8 pont]

3. Tegyük fel, hogy X és Y független normális eloszlású valószínűségi változók, és X várható értéke 3, szórása 2, Y várható értéke 5, szórása 4. Számítsuk ki az $X + Y$ és a $10X + 12Y$ valószínűségi változók kovarianciáját. [8 pont]

4. Legyen az (X, Y) valószínűségi változók együttes sűrűségfüggvénye az alábbi függvény: $f(x, y) = c(x + 1)y$, ha $0 \leq x \leq 1$ és $0 \leq y \leq 1$, és 0 különben.
   (a) Határozzuk meg c értékét. [4 pont]
   (b) Határozzuk meg X sűrűségfüggvényét és várható értékét. [6 pont]
   (c) Független-e X és Y? [4 pont]

5. Tegyük fel, hogy egy gyárban az egy dobozba kerülő joghurt tömege (grammban mérve) m várható értékű és 2 szórású, normális eloszlású valószínűségi változó. Egy doboz megfelelő, ha benne legalább 147 g joghurt van. Legalább mennyi legyen m, ha annak valószínűsége, hogy egy doboz *nem* megfelelő, legfeljebb 0,05 lehet? [10 pont]

A megoldásokat indokolni kell, de előadáson vagy gyakorlaton szereplő állításokat nem kell bizonyítani.

Összesen ötven pontot lehet elérni, a minimum pontszám 10 pont (ha ezt nem sikerül elérni, pótzh-t kell írni). Ponthatárok két zh után: 40, 53, 66, 79. A pontszámokat a neptun "feladatok" rovatában lehet majd megnézni.