1. Bizonyítsuk be, hogy az exponenciális eloszlásra teljesül az örökifjú tulajdonság, azaz ha $X \sim \exp(\lambda)$, akkor tetszőleges s, t pozitív számokra
$$P(X > t + s | X > t) = P(X > s).$$

2. Bizonyítsuk be, hogy ha X egyenletes eloszlású a $(0, 1)$ intervallumon, akkor $\ln(1/X)$ exponenciális eloszlású.

3. *a*) Legyen $X \sim N(2, 3)$. Mennyi $P(1 \leq X < 3)$?
b) Legyen X standard normális eloszlású valószínűségi változó. Mennyi b, ha $P(X \geq b) = 0,7$?

4. Budapesten meg akarják állapítani, hogy a dohányosok milyen p arányban fordulnak elő. Ehhez kiválasztanak n egyént (mintát) úgy, hogy minden választásnál mindenki ugyanolyan valószínűséggel kerülhet kiválasztásra, függetlenül az addigi választásoktól. A mintában a dohányosok száma k. Milyen nagyra kell az n-t választani, hogy legalább 95 % valószínűséggel a mintából kapott $p' = k/n$ arány legfeljebb 0,005 hibával megközelítse a dohányosok valódi arányát (bármilyen $0 < p < 1$-re)?

5. Egy dobókockát 720-szor feldobunk. A centrális határeloszlás-tétel alkalmazásával határozzuk meg annak valószínűségét, hogy a dobott hatosok száma legalább 110, de legfeljebb 130.

6. Egy dobozban 4 cédula van, rajtuk a -1, 0, 2, 2, számok. 192-szer húzunk visszatevéssel. A centrális határeloszlás-tétel alkalmazásával határozzuk meg annak valószínűségét, hogy a kihúzott számok összege legalább 108, de legfeljebb 162.

7. Mutassuk meg, hogy ha az X valószínűségi változó F eloszlásfüggvénye szigorúan monoton és folytonos, akkor $Y = F(X)$ egyenletes eloszlású.

8. Beadható feladat december 3-ig: Korábbi méréseink alapján feltételezzük, hogy egy véletlenszerűen kiválasztott ember testmagassága centiméterben mérve 176 várható értékű és 8 szórású valószínűségi változó.
a) Kiválasztunk egymástól függetlenül, véletlenszerűen 1000 embert, és kiszámítjuk az átlagos magasságukat. Mennyi annak valószínűsége, hogy ez 170 és 182 cm közé esik?
b) Mennyi a valószínűsége, hogy az átlagos testmagasság 173 és 179 cm közé esik, ha 10000 embert kérdezünk meg?

A feladatsorok letölthetők az alábbi címről: `http://www.cs.elte.hu/~agnes/gyak`

1. Bizonyítsuk be, hogy az exponenciális eloszlásra teljesül az örökifjú tulajdonság, azaz ha $X \sim \exp(\lambda)$, akkor tetszőleges s, t pozitív számokra
$$P(X > t + s | X > t) = P(X > s).$$

2. Bizonyítsuk be, hogy ha X egyenletes eloszlású a $(0, 1)$ intervallumon, akkor $\ln(1/X)$ exponenciális eloszlású.

3. *a*) Legyen $X \sim N(2, 3)$. Mennyi $P(1 \le X < 3)$?
b) Legyen X standard normális eloszlású valószínűségi változó. Mennyi b, ha $P(X \ge b) = 0,7$?

4. Budapesten meg akarják állapítani, hogy a dohányosok milyen p arányban fordulnak elő. Ehhez kiválasztanak n egyént (mintát) úgy, hogy minden választásnál mindenki ugyanolyan valószínűséggel kerülhet kiválasztásra, függetlenül az addigi választásoktól. A mintában a dohányosok száma k. Milyen nagyra kell az n-t választani, hogy legalább 95 % valószínűséggel a mintából kapott $p' = k/n$ arány legfeljebb 0,005 hibával megközelítse a dohányosok valódi arányát (bármilyen $0 < p < 1$-re)?

5. Egy dobókockát 720-szor feldobunk. A centrális határeloszlás-tétel alkalmazásával határozzuk meg annak valószínűségét, hogy a dobott hatosok száma legalább 110, de legfeljebb 130.

6. Egy dobozban 4 cédula van, rajtuk a -1, 0, 2, 2, számok. 192-szer húzunk visszatevéssel. A centrális határeloszlás-tétel alkalmazásával határozzuk meg annak valószínűségét, hogy a kihúzott számok összege legalább 108, de legfeljebb 162.

7. Mutassuk meg, hogy ha az X valószínűségi változó F eloszlásfüggvénye szigorúan monoton és folytonos, akkor $Y = F(X)$ egyenletes eloszlású.

8. Beadható feladat december 3-ig: Korábbi méréseink alapján feltételezzük, hogy egy véletlenszerűen kiválasztott ember testmagassága centiméterben mérve 176 várható értékű és 8 szórású valószínűségi változó.
a) Kiválasztunk egymástól függetlenül, véletlenszerűen 1000 embert, és kiszámítjuk az átlagos magasságukat. Mennyi annak valószínűsége, hogy ez 170 és 182 cm közé esik?
b) Mennyi a valószínűsége, hogy az átlagos testmagasság 173 és 179 cm közé esik, ha 10000 embert kérdezünk meg?

A feladatsorok letölthetők az alábbi címről: `http://www.cs.elte.hu/~agnes/gyak`