1. Két kockával addig dobunk, míg valamelyik dobásnál mindkét kockán hatost nem kapunk. Adjuk meg a szükséges dobások számának generátorfüggvényét.
2. X, Y független, p, illetve q paraméterű Pascal-eloszlású valószínűségi változók. Határozzuk meg $Z = min\,(X, Y)$ generátorfüggvényét.
3. Egy kockával addig dobunk, amíg először sikerül kétszer egymás után hatost dobni. Jelölje X a szükséges dobások számát. Határozzuk meg X generátorfüggvényét, és ennek segítségével $E\,(X)$-t.
4. Legyen az X valószínűségi változó generátorfüggvénye $G\,(s)$. Mi lesz $X + 1$ és $2X$ generátorfüggvénye?
5. Jelölje $u\,(n)$ annak valószínűségét, hogy az A és $\overline{A}$ egymás után először az $n-1$-edik és n-edik kísérletekben következik be. ($P\,(A) = p$, független kísérleteket végzünk.) Írjuk fel a generátorfüggvényt, továbbá a szükséges kísérletek számának várható értékét és szórásnégyzetét!

Az X nemnegatív egész értékű valószínűségi változó generátorfüggvénye: $g\,(s) = \sum_{k=0}^{\infty} s^k P\,(X = k) = E\left(s^X\right)$, ahol ez értelmes.

X, Y valószínűségi változók korrelációs együtthatója, ha ez értelmes:

$$R\,(X, Y) = \frac{\operatorname{cov}\,(X, Y)}{D\,(X)\,D\,(Y)} = \frac{E\,(X \cdot Y) - E\,(X)\,E\,(Y)}{D\,(X)\,D\,(Y)}.$$

A kovariancia bilineáris: minden $a, b \in \mathbb{R}$-re és X_1, X_2, Y_1, Y_2 valószínűségi változókra, ha a kovarianciák léteznek, akkor

$$\operatorname{cov}\,(aX_1, bY_1) = ab\operatorname{cov}\,(X_1, Y_1)\,,$$

$$\operatorname{cov}\,(X_1 + X_2, Y_1 + Y_2) = \operatorname{cov}\,(X_1, Y_1) + \operatorname{cov}\,(X_2, Y_1) + \operatorname{cov}\,(X_1, Y_2) + \operatorname{cov}\,(X_2, Y_2)\,.$$

Továbbá ha az X valószínűségi változó szórása létezik, akkor $\operatorname{cov}\,(X, X) = D^2\,(X)$.

Markov-egyenlőtlenség: ha X nemnegatív valószínűségi változó, melynek várható értéke véges, és t pozitív szám, akkor

$$P\,(X \geq t) \leq \frac{E\,(X)}{t}.$$

Csebisev-egyenlőtlenség: ha az X valószínűségi változó szórása létezik és véges, és t pozitív szám, akkor

$$P\,(|X - E\,(X)| \geq t) \leq \frac{D^2\,(X)}{t^2} \quad \text{és} \quad P\,(|X - E\,(X)| < t) \geq 1 - \frac{D^2\,(X)}{t^2}.$$

---

1. Két kockával addig dobunk, míg valamelyik dobásnál mindkét kockán hatost nem kapunk. Adjuk meg a szükséges dobások számának generátorfüggvényét.

2. X, Y független, p, illetve q paraméterű Pascal-eloszlású valószínűségi változók. Határozzuk meg $Z = min\,(X, Y)$ generátorfüggvényét.

3. Egy kockával addig dobunk, amíg először sikerül kétszer egymás után hatost dobni. Jelölje X a szükséges dobások számát. Határozzuk meg X generátorfüggvényét, és ennek segítségével $E\,(X)$-t.

4. Legyen az X valószínűségi változó generátorfüggvénye $G\,(s)$. Mi lesz $X + 1$ és $2X$ generátorfüggvénye?

5. Jelölje $u\,(n)$ annak valószínűségét, hogy az A és $\overline{A}$ egymás után először az $n-1$-edik és n-edik kísérletekben következik be. ($P\,(A) = p$, független kísérleteket végzünk.) Írjuk fel a generátorfüggvényt, továbbá a szükséges kísérletek számának várható értékét és szórásnégyzetét!

Az X nemnegatív egész értékű valószínűségi változó generátorfüggvénye:
$g\,(s) = \sum_{k=0}^{\infty} s^k P\,(X = k) = E\left(s^X\right)$, ahol ez értelmes.
X, Y valószínűségi változók korrelációs együtthatója, ha ez értelmes:

$$R\,(X,Y) = \frac{\mathrm{cov}\,(X,Y)}{D\,(X)\,D\,(Y)} = \frac{E\,(X \cdot Y) - E\,(X)\,E\,(Y)}{D\,(X)\,D\,(Y)}.$$

A kovariancia bilineáris: minden $a, b \in \mathbb{R}$-re és X_1, X_2, Y_1, Y_2 valószínűségi változókra, ha a kovarianciák léteznek, akkor

$$\mathrm{cov}\,(aX_1, bY_1) = ab\,\mathrm{cov}\,(X_1, Y_1)\,,$$

$$\mathrm{cov}\,(X_1 + X_2, Y_1 + Y_2) = \mathrm{cov}\,(X_1, Y_1) + \mathrm{cov}\,(X_2, Y_1) + \mathrm{cov}\,(X_1, Y_2) + \mathrm{cov}\,(X_2, Y_2)\,.$$

Továbbá ha az X valószínűségi változó szórása létezik, akkor $\mathrm{cov}\,(X, X) = D^2\,(X)$.
Markov-egyenlőtlenség: ha X nemnegatív valószínűségi változó, melynek várható értéke véges, és t pozitív szám, akkor

$$P\,(X \geq t) \leq \frac{E\,(X)}{t}.$$

Csebisev-egyenlőtlenség: ha az X valószínűségi változó szórása létezik és véges, és t pozitív szám, akkor

$$P\,(|X - E\,(X)| \geq t) \leq \frac{D^2\,(X)}{t^2} \quad \text{és} \quad P\,(|X - E\,(X)| < t) \geq 1 - \frac{D^2\,(X)}{t^2}.$$
