Valószínűségszámítás **6. feladatsor** **2008. október 13.**

1. Egy érmével dobunk, ha az eredmény fej, akkor még kétszer dobunk, ha írás, még egyszer. Mennyi az összes fej-dobások számának várható értéke?

2. Szabályos dobókockával addig dobunk, míg egy szám ismételten elő nem fordul. Mennyi a szükséges dobások számának várható értéke?

3. Péter feldob egy kockát. Ha páratlan számot dob, veszít 1 forintot, ha hatost dob, nyer 4 forintot, ha kettest dob vagy négyest dob, újból dobhat. A második dobásnál 1 forintot nyer, ha párost dob, és két forintot veszít, ha páratlant dob. Állapítsuk meg, hogy a játék - a nyeremény várható értéke szempontjából - Péter számára előnyös, méltányos, vagy hátrányos.

4. Legyen X nemnegatív egész értékű valószínűségi változó, és tegyük fel, hogy $E(X) < +\infty$. Bizonyítsuk be, hogy
$$E(X) = \sum_{i=1}^{\infty} P(X \geq i).$$

5. Érmével p a fej, és $1-p$ az írás dobás valószínűsége. Addig dobunk, amíg először fordul elő, hogy két egymás utáni dobás azonos. Mennyi a szükséges dobások számának várható értéke?

6. Egy urnában n cédula van 1-től n-ig számozva. Kihúzunk közülük m darabot visszatevéssel, mennyi a kihúzott számok összegének várható értéke?

7. Két kockával dobva mennyi a dobott számok összegének, maximumának, illetve minimumának várható értéke?

8. Átlagosan hány embert kell megkérdezni, míg a megkérdezettek között lesznek ketten, akiknek születésnapjuk megegyezik? Tételezzük fel, hogy mindenki egyforma valószínűséggel ünnepli születésnapját az év 365 napján.

9. Határozzuk meg a lottótalálatok számának várható értékét egy találomra kitöltött szelvény esetén!

10. Számítsuk ki a lottónál kihúzott legnagyobb, illetve legkisebb szám várható értékét!

11. Egy urnában van n piros és 1 fehér golyó. Visszatevéssel húzunk az urnából egy-egy golyót, és minden húzás után még egy piros golyót teszünk az urnába. Jelöljük X_f-fel annak a kísérletnek a sorszámát, amelyiknél először húzunk fehér golyót. Határozzuk meg $E(X_f)$-t!

12. Ketten céllövésben versenyeznek, a két versenyző p_1 illetve p_2 valószínűséggel ér el találatot ($p_1 < p_2$). Az ügyetlenebb kezd, majd felváltva lőnek. Aki először talál, az nyer. Mennyi a valószínűsége, hogy az ügyesebb nyer? Mennyi a játék várható időtartama, ha percenként végeznek egy lövést?

13. Legyen X binomiális eloszlású valószínűségi változó n és p paraméterekkel. Határozzuk meg $\frac{1}{1+X}$ várható értékét.

14. Legyen X λ paraméterű Poisson-eloszlású valószínűségi változó. Határozzuk meg $\frac{1}{X+1}$ várható értékét.

15. Határozzuk meg a lottón kihúzott számok összegének várható értékét.