

2. Zh. feladatsora, (meteorológus. gyak.) 2011. május 19.

- (1) (hétfő) Legyen  $X_1, \dots, X_n$  független, exponenciális eloszlású minta, a paraméter,  $\lambda > 0$  ismeretlen.

- (a) Adjunk becslést  $\lambda$ -ra momentum módszerrel. (8 pont)  
 (b) Adjunk becslést  $\lambda$ -ra maximumlikelihood-módszerrel. (12 pont)

**Megoldás.**  $\bar{X} = 1/\lambda \Rightarrow \hat{\lambda} = \frac{1}{\bar{X}}$ . Ez egyben a maximumlikelihood-becslés is.

- (2) (csütörtök) 100 fiút és 100 lányt kérdeztünk arról, hogy hány könyvet olvastak idén.

könyvek száma	0	1	2	3	$\geq 4$
gyakorosság a fiúknál	49	24	12	8	7
gyakorosság a lányoknál	37	18	14	19	12

$\alpha = 0,01$  terjedelemben mellett elfogadható-e, hogy a fiúk és lányok által olvasott könyvek számának eloszlása megegyezik? (12 pont)

**Megoldás.** homogenitásvizsgálattal  $\chi^2 = 8,48$ ,  $f = 4$ ,  $c = 13,3$ , elfogadható, hogy a két eloszlás megegyezik

- (3) 6 fiú és 6 lány testmagassága méterben:

fiúk	1,76	1,89	1,95	1,65	1,72	1,98
lányok	1,69	1,73	1,81	1,86	1,64	1,59

Feltételezve, hogy a fiúk és lányok testmagassága is 0,08 szórású, normális eloszlású valószínűségi változó méterben mérve,  $\alpha = 0,05$  terjedelemben mellett elfogadható-e az a nullhipotézis, hogy a fiúk és lányok magasságának várható értéke megegyezik, azzal az ellenhipotézissel szemben, hogy a fiúk magasságának várható értéke több a lányokénál? (10 pont)

**Megoldás.** kétmintás egyoldali  $u$ -próbbával  $u = \frac{1,825 - 1,72}{\sqrt{\frac{0,08^2}{6} + \frac{0,08^2}{6}}} \approx$

$2,283 > c = 1,64$ , nem fogadható el a nullhipotézis

- (4) (csütörtök)  $N(m, 16)$  eloszlásból származó 100 elemű mintából adjunk 95 százalékos megbízhatóságú konfidenciaintervallumot  $m$ -re, ha a mintaelemek összege 1092. (8 pont)

**Megoldás.**  $(10,92 - \frac{4}{10} \cdot 1,96, 10,92 + \frac{4}{10} \cdot 1,96) \approx (10,136; 11,704)$

- (5) A régi feltételezést ellenőrizve a következő eredmények adódtak. Az utóbbi időben 34 esős nap volt, melyre a béka is esőt jelzett. 24 esős nap

2. Zh. feladatsora, (meteorológus. gyak.) 2011. május 19.

- (1) (hétfő) Legyen  $X_1, \dots, X_n$  független, exponenciális eloszlású minta, a paraméter,  $\lambda > 0$  ismeretlen.

- (a) Adjunk becslést  $\lambda$ -ra momentum módszerrel. (8 pont)  
 (b) Adjunk becslést  $\lambda$ -ra maximumlikelihood-módszerrel. (12 pont)

**Megoldás.**  $\bar{X} = 1/\lambda \Rightarrow \hat{\lambda} = \frac{1}{\bar{X}}$ . Ez egyben a maximumlikelihood-becslés is.

- (2) (csütörtök) 100 fiút és 100 lányt kérdeztünk arról, hogy hány könyvet olvastak idén.

könyvek száma	0	1	2	3	$\geq 4$
gyakorosság a fiúknál	49	24	12	8	7
gyakorosság a lányoknál	37	18	14	19	12

$\alpha = 0,01$  terjedelemben mellett elfogadható-e, hogy a fiúk és lányok által olvasott könyvek számának eloszlása megegyezik? (12 pont)

**Megoldás.** homogenitásvizsgálattal  $\chi^2 = 8,48$ ,  $f = 4$ ,  $c = 13,3$ , elfogadható, hogy a két eloszlás megegyezik

- (3) 6 fiú és 6 lány testmagassága méterben:

fiúk	1,76	1,89	1,95	1,65	1,72	1,98
lányok	1,69	1,73	1,81	1,86	1,64	1,59

Feltételezve, hogy a fiúk és lányok testmagassága is 0,08 szórású, normális eloszlású valószínűségi változó méterben mérve,  $\alpha = 0,05$  terjedelemben mellett elfogadható-e az a nullhipotézis, hogy a fiúk és lányok magasságának várható értéke megegyezik, azzal az ellenhipotézissel szemben, hogy a fiúk magasságának várható értéke több a lányokénál? (10 pont)

**Megoldás.** kétmintás egyoldali  $u$ -próbbával  $u = \frac{1,825 - 1,72}{\sqrt{\frac{0,08^2}{6} + \frac{0,08^2}{6}}} \approx$

$2,283 > c = 1,64$ , nem fogadható el a nullhipotézis

- (4) (csütörtök)  $N(m, 16)$  eloszlásból származó 100 elemű mintából adjunk 95 százalékos megbízhatóságú konfidenciaintervallumot  $m$ -re, ha a mintaelemek összege 1092. (8 pont)

**Megoldás.**  $(10,92 - \frac{4}{10} \cdot 1,96, 10,92 + \frac{4}{10} \cdot 1,96) \approx (10,136; 11,704)$

- (5) A régi feltételezést ellenőrizve a következő eredmények adódtak. Az utóbbi időben 34 esős nap volt, melyre a béka is esőt jelzett. 24 esős nap

volt, melyre a béka nem jelzett esőt. 17 csapadékmentes napra a béka esőt jelzett. Végül 28 olyan csapadékmentes nap volt, melyre a béka nem jelzett esőt.  $\alpha = 0,01$  terjedelemben mellett elfogadható-e, hogy a béka jelzései és az eső bekövetkezése független események? (10 pont)

**Megoldás.** függetlenségvizsgálattal  $\chi^2 = 4,403$ ,  $f = 1$ ,  $c = 6,63$ , elfogadjuk, hogy a béka jelzései és az eső bekövetkezése független események

- (6) Egy futó 7 különböző napon ennyi idő alatt futotta száz métert másodpercben mérve:

15,4 16,3 14,9 19,8 15,3 16,3 16,2

Az adatok alapján bizonyítható-e statisztikai értelemben, hogy ez a sportoló 17 másodpercnél kevesebb idő alatt futja a száz métert? (10 pont)

**Megoldás.** egymintás egyoldali  $t$ -próbbával  $\bar{X} = 16,31$ ,  $s_n^* = 1,6344$ ,  $t = -1,11$ ,  $f = 6$ ,  $c = 1,943$ , elfogadjuk a nullhipotézist, nem bizonyítják az adatok statisztikai értelemben, hogy 17 másodpercnél kevesebb idő alatt futja a száz métert

Minden feladat helyes és olvasható megoldása 10 pontot ér. A végeredmény pusztán közlése értéktelen.

Sajtóhiba előfordulhat a feladatok szövegében. Azonnal jelezzétek, ha ennek gyanúja felmerül!

volt, melyre a béka nem jelzett esőt. 17 csapadékmentes napra a béka esőt jelzett. Végül 28 olyan csapadékmentes nap volt, melyre a béka nem jelzett esőt.  $\alpha = 0,01$  terjedelemben mellett elfogadható-e, hogy a béka jelzései és az eső bekövetkezése független események? (10 pont)

**Megoldás.** függetlenségvizsgálattal  $\chi^2 = 4,403$ ,  $f = 1$ ,  $c = 6,63$ , elfogadjuk, hogy a béka jelzései és az eső bekövetkezése független események

- (6) Egy futó 7 különböző napon ennyi idő alatt futotta száz métert másodpercben mérve:

15,4 16,3 14,9 19,8 15,3 16,3 16,2

Az adatok alapján bizonyítható-e statisztikai értelemben, hogy ez a sportoló 17 másodpercnél kevesebb idő alatt futja a száz métert? (10 pont)

**Megoldás.** egymintás egyoldali  $t$ -próbbával  $\bar{X} = 16,31$ ,  $s_n^* = 1,6344$ ,  $t = -1,11$ ,  $f = 6$ ,  $c = 1,943$ , elfogadjuk a nullhipotézist, nem bizonyítják az adatok statisztikai értelemben, hogy 17 másodpercnél kevesebb idő alatt futja a száz métert

Minden feladat helyes és olvasható megoldása 10 pontot ér. A végeredmény pusztán közlése értéktelen.

Sajtóhiba előfordulhat a feladatok szövegében. Azonnal jelezzétek, ha ennek gyanúja felmerül!

2. Zh. feladatsora, (meteorológus. gyak.) 2011. május 19.

- (1) (hétfő) Legyen  $X_1, \dots, X_n$  független, exponenciális eloszlású minta, a paraméter,  $\lambda > 0$  ismeretlen.

- (a) Adjunk becslést  $\lambda$ -ra momentum módszerrel. (8 pont)  
 (b) Adjunk becslést  $\lambda$ -ra maximumlikelihood-módszerrel. (12 pont)

**Megoldás.**  $\bar{X} = 1/\lambda \Rightarrow \hat{\lambda} = \frac{1}{\bar{X}}$ . Ez egyben a maximumlikelihood-becslés is.

- (2) (csütörtök) 100 fiút és 100 lányt kérdeztünk arról, hogy hány könyvet olvastak idén.

könyvek száma	0	1	2	3	$\geq 4$
gyakoriság a fiúknál	49	24	12	8	7
gyakoriság a lányoknál	37	18	14	19	12

$\alpha = 0,01$  terjedelemben mellett elfogadható-e, hogy a fiúk és lányok által olvasott könyvek számának eloszlása megegyezik? (12 pont)

**Megoldás.** homogenitásvizsgálattal  $\chi^2 = 8,48$ ,  $f = 4$ ,  $c = 13,3$ , elfogadható, hogy a két eloszlás megegyezik

- (3) 6 fiú és 6 lány testmagassága méterben:

fiúk	1,76	1,89	1,95	1,65	1,72	1,98
lányok	1,69	1,73	1,81	1,86	1,64	1,59

Feltételezve, hogy a fiúk és lányok testmagassága is 0,08 szórású, normális eloszlású valószínűségi változó méterben mérve,  $\alpha = 0,05$  terjedelemben mellett elfogadható-e az a nullhipotézis, hogy a fiúk és lányok magasságának várható értéke megegyezik, azzal az ellenhipotézissel szemben, hogy a fiúk magasságának várható értéke több a lányokénál? (10 pont)

**Megoldás.** kétmintás egyoldali  $u$ -próbaival  $u = \frac{1,825-1,72}{\sqrt{\frac{0,08^2}{6} + \frac{0,08^2}{6}}} \approx$

$2,283 > c = 1,64$ , nem fogadható el a nullhipotézis

- (4) (csütörtök)  $N(m, 16)$  eloszlásból származó 100 elemű mintából adjunk 95 százalékos megbízhatóságú konfidenciaintervallumot  $m$ -re, ha a mintaelemek összege 1092. (8 pont)

**Megoldás.**  $(10,92 - \frac{4}{10} \cdot 1,96, 10,92 + \frac{4}{10} \cdot 1,96) \approx (10,136; 11,704)$

- (5) A régi feltételezést ellenőrizve a következő eredmények adódtak. Az utóbbi időben 34 esős nap volt, melyre a béka is esőt jelzett. 24 esős nap

2. Zh. feladatsora, (meteorológus. gyak.) 2011. május 19.

- (1) (hétfő) Legyen  $X_1, \dots, X_n$  független, exponenciális eloszlású minta, a paraméter,  $\lambda > 0$  ismeretlen.

- (a) Adjunk becslést  $\lambda$ -ra momentum módszerrel. (8 pont)  
 (b) Adjunk becslést  $\lambda$ -ra maximumlikelihood-módszerrel. (12 pont)

**Megoldás.**  $\bar{X} = 1/\lambda \Rightarrow \hat{\lambda} = \frac{1}{\bar{X}}$ . Ez egyben a maximumlikelihood-becslés is.

- (2) (csütörtök) 100 fiút és 100 lányt kérdeztünk arról, hogy hány könyvet olvastak idén.

könyvek száma	0	1	2	3	$\geq 4$
gyakoriság a fiúknál	49	24	12	8	7
gyakoriság a lányoknál	37	18	14	19	12

$\alpha = 0,01$  terjedelemben mellett elfogadható-e, hogy a fiúk és lányok által olvasott könyvek számának eloszlása megegyezik? (12 pont)

**Megoldás.** homogenitásvizsgálattal  $\chi^2 = 8,48$ ,  $f = 4$ ,  $c = 13,3$ , elfogadható, hogy a két eloszlás megegyezik

- (3) 6 fiú és 6 lány testmagassága méterben:

fiúk	1,76	1,89	1,95	1,65	1,72	1,98
lányok	1,69	1,73	1,81	1,86	1,64	1,59

Feltételezve, hogy a fiúk és lányok testmagassága is 0,08 szórású, normális eloszlású valószínűségi változó méterben mérve,  $\alpha = 0,05$  terjedelemben mellett elfogadható-e az a nullhipotézis, hogy a fiúk és lányok magasságának várható értéke megegyezik, azzal az ellenhipotézissel szemben, hogy a fiúk magasságának várható értéke több a lányokénál? (10 pont)

**Megoldás.** kétmintás egyoldali  $u$ -próbaival  $u = \frac{1,825-1,72}{\sqrt{\frac{0,08^2}{6} + \frac{0,08^2}{6}}} \approx$

$2,283 > c = 1,64$ , nem fogadható el a nullhipotézis

- (4) (csütörtök)  $N(m, 16)$  eloszlásból származó 100 elemű mintából adjunk 95 százalékos megbízhatóságú konfidenciaintervallumot  $m$ -re, ha a mintaelemek összege 1092. (8 pont)

**Megoldás.**  $(10,92 - \frac{4}{10} \cdot 1,96, 10,92 + \frac{4}{10} \cdot 1,96) \approx (10,136; 11,704)$

- (5) A régi feltételezést ellenőrizve a következő eredmények adódtak. Az utóbbi időben 34 esős nap volt, melyre a béka is esőt jelzett. 24 esős nap

volt, melyre a béka nem jelzett esőt. 17 csapadékmentes napra a béka esőt jelzett. Végül 28 olyan csapadékmentes nap volt, melyre a béka nem jelzett esőt.  $\alpha = 0,01$  terjedelemben mellett elfogadható-e, hogy a béka jelzései és az eső bekövetkezése független események? (10 pont)

**Megoldás.** függetlenségvizsgálattal  $\chi^2 = 4,403$ ,  $f = 1$ ,  $c = 6,63$ , elfogadjuk, hogy a béka jelzései és az eső bekövetkezése független események

- (6) Egy futó 7 különböző napon ennyi idő alatt futotta száz métert másodpercben mérve:

15,4 16,3 14,9 19,8 15,3 16,3 16,2

Az adatok alapján bizonyítható-e statisztikai értelemben, hogy ez a sportoló 17 másodpercnél kevesebb idő alatt futja a száz métert? (10 pont)

**Megoldás.** egymintás egyoldali  $t$ -próbaival  $\bar{X} = 16,31$ ,  $s_n^* = 1,6344$ ,  $t = -1,11$ ,  $f = 6$ ,  $c = 1,943$ , elfogadjuk a nullhipotézist, nem bizonyítják az adatok statisztikai értelemben, hogy 17 másodpercnél kevesebb idő alatt futja a száz métert

Minden feladat helyes és olvasható megoldása 10 pontot ér. A végeredmény pusztán közlése értéktelen.

Sajtóhiba előfordulhat a feladatok szövegében. Azonnal jelezzétek, ha ennek gyanúja felmerül!

volt, melyre a béka nem jelzett esőt. 17 csapadékmentes napra a béka esőt jelzett. Végül 28 olyan csapadékmentes nap volt, melyre a béka nem jelzett esőt.  $\alpha = 0,01$  terjedelemben mellett elfogadható-e, hogy a béka jelzései és az eső bekövetkezése független események? (10 pont)

**Megoldás.** függetlenségvizsgálattal  $\chi^2 = 4,403$ ,  $f = 1$ ,  $c = 6,63$ , elfogadjuk, hogy a béka jelzései és az eső bekövetkezése független események

- (6) Egy futó 7 különböző napon ennyi idő alatt futotta száz métert másodpercben mérve:

15,4 16,3 14,9 19,8 15,3 16,3 16,2

Az adatok alapján bizonyítható-e statisztikai értelemben, hogy ez a sportoló 17 másodpercnél kevesebb idő alatt futja a száz métert? (10 pont)

**Megoldás.** egymintás egyoldali  $t$ -próbaival  $\bar{X} = 16,31$ ,  $s_n^* = 1,6344$ ,  $t = -1,11$ ,  $f = 6$ ,  $c = 1,943$ , elfogadjuk a nullhipotézist, nem bizonyítják az adatok statisztikai értelemben, hogy 17 másodpercnél kevesebb idő alatt futja a száz métert

Minden feladat helyes és olvasható megoldása 10 pontot ér. A végeredmény pusztán közlése értéktelen.

Sajtóhiba előfordulhat a feladatok szövegében. Azonnal jelezzétek, ha ennek gyanúja felmerül!