2. Zh. feladatsora, (meteorológus. gyak.) 2011. május 16.

(1) (hétfő) Legyen $X_1, \ldots, X_n$ független, Poisson-eloszlású minta, a paraméter, $\lambda > 0$ ismeretlen.

(a) Adjunk becslést λ-ra momentummódszerrel. (8 pont)

(b) Adjunk becslést λ-ra maximumlikelihood-módszerrel. (12 pont)

Megoldás. $\hat{\lambda} = \overline{X}$ mindkét esetben.

(2) Egy dobókockáról szeretnénk eldönteni, hogy szabályos-e. Ha 100 dobásból legalább 40 hatos, akkor elvetjük a nullhipotézist, azaz azt, hogy a kocka szabályos. Mennyi az elsőfajú hiba valószínűsége? (10 pont)

Megoldás. $\sum_{n=40}^{100} \binom{100}{k} \left(\frac{5}{6}\right)^{100-k} \left(\frac{1}{6}\right)^k$

(3) Arról kérdeztünk embereket, hogy az utóbbi hónapban hányszor késtek el a munkahelyükről. A válaszok gyakorisága a következő volt:

késések száma	0	1	2	3	4	5
gyakoriság	49	21	5	2	2	1

Elfogadható-e az a hipotézis $\alpha = 0,05$ elsőfajú hibavalószínűség mellett, hogy a késések száma Poisson(1/3) eloszlású? Poisson(b)-eloszlás: $b^k/k! \cdot e^{-b},\ k = 0, 1, \ldots$. (12 pont)

Megoldás. illeszkedésvizsgálat az utolsó három osztály összevonásával $\chi^2 = 57,68,\ f = 3,\ c = 7,81$, elutasítjuk a nullhipotézist, nem fogadható el, hogy a késések száma Poisson(1/3) eloszlású

(4) 7 ember vércukorszintjére a következő értékek adódtak (a mértékegység mmol/liter):

4,9 3,2 2,6 3,8 4,0 3,4 3,7

(a) (csütörtök) Normális eloszlást feltételezve $\alpha = 0,05$ elsőfajú hibavalószínűség mellett elfogadható-e a $H_0 : m = 4$ nullhipotézis a $H_1 : m < 4$ ellenhipotézissel szemben, ahol m egy ember vércukorszintjének várható értéke mmol/literben mérve? (10 pont)

(b) A szórást 1-nek feltételezve adjunk 95 százalékos megbízhatóságú konfidenciaintervallumot m-re. (8 pont)

Megoldás. a) egymintás egyoldali t-próbával $t = -1,2667,\ f = 6,\ c = -1,943$, tehát elfogadható a nullhipotézis b) $\left(3,657 - 1,96/\sqrt{7}, 3,657 - 1,96/\sqrt{7}\right) \approx (2,916; 4,398)$

(5) Hatéves gyerekek úszni- és olvasnitudására voltunk kíváncsiak. A megkérdezettek között 17 tudott úszni és olvasni is, 28 csak olvasni, 75 csak úszni, 109 úszni és olvasni sem. $\alpha = 0,05$ elsőfajú hibavalószínűség mellett elfogadható-e, hogy az úszás– és olvasástudás egymástól független tulajdonságok a hatévesek között?

Megoldás. függetlenségvizsgálattal $\chi^2 = 0,1339,\ f = 1, c = 3,84 > \chi^2$, elfogadható, hogy az úszás– és olvasástudás egymástól független tulajdonságok a hatévesek között

---

Minden feladat helyes és **olvasható** megoldása 10 pontot ér. A végeredmény puszta közlése értéktelen.
Sajtóhiba előfordulhat a feladatok szövegében. Azonnal jelezzétek, ha ennek gyanúja felmerül!

2. Zh. feladatsora, (meteorológus. gyak.) 2011. május 16.

(1) (hétfő) Legyen $X_1, \ldots, X_n$ független, Poisson-eloszlású minta, a paraméter, $\lambda > 0$ ismeretlen.

(a) Adjunk becslést λ-ra momentummódszerrel. (8 pont)

(b) Adjunk becslést λ-ra maximumlikelihood-módszerrel. (12 pont)

Megoldás. $\hat{\lambda} = \overline{X}$ mindkét esetben.

(2) Egy dobókockáról szeretnénk eldönteni, hogy szabályos-e. Ha 100 dobásból legalább 40 hatos, akkor elvetjük a nullhipotézist, azaz azt, hogy a kocka szabályos. Mennyi az elsőfajú hiba valószínűsége? (10 pont)

Megoldás. $\sum_{n=40}^{100} \binom{100}{k} \left(\frac{5}{6}\right)^{100-k} \left(\frac{1}{6}\right)^k$

(3) Arról kérdeztünk embereket, hogy az utóbbi hónapban hányszor késtek el a munkahelyükről. A válaszok gyakorisága a következő volt:

késések száma	0	1	2	3	4	5
gyakoriság	49	21	5	2	2	1

Elfogadható-e az a hipotézis $\alpha = 0,05$ elsőfajú hibavalószínűség mellett, hogy a késések száma Poisson(1/3) eloszlású? Poisson(b)-eloszlás: $b^k/k! \cdot e^{-b},\ k = 0, 1, \ldots$. (12 pont)

Megoldás. illeszkedésvizsgálat az utolsó három osztály összevonásával $\chi^2 = 57,68,\ f = 3,\ c = 7,81$, elutasítjuk a nullhipotézist, nem fogadható el, hogy a késések száma Poisson(1/3) eloszlású

(4) 7 ember vércukorszintjére a következő értékek adódtak (a mértékegység mmol/liter):

4,9 3,2 2,6 3,8 4,0 3,4 3,7

(a) (csütörtök) Normális eloszlást feltételezve $\alpha = 0,05$ elsőfajú hibavalószínűség mellett elfogadható-e a $H_0 : m = 4$ nullhipotézis a $H_1 : m < 4$ ellenhipotézissel szemben, ahol m egy ember vércukorszintjének várható értéke mmol/literben mérve? (10 pont)

(b) A szórást 1-nek feltételezve adjunk 95 százalékos megbízhatóságú konfidenciaintervallumot m-re. (8 pont)

Megoldás. a) egymintás egyoldali t-próbával $t = -1,2667,\ f = 6,\ c = -1,943$, tehát elfogadható a nullhipotézis b) $\left(3,657 - 1,96/\sqrt{7}, 3,657 - 1,96/\sqrt{7}\right) \approx (2,916; 4,398)$

(5) Hatéves gyerekek úszni- és olvasnitudására voltunk kíváncsiak. A megkérdezettek között 17 tudott úszni és olvasni is, 28 csak olvasni, 75 csak úszni, 109 úszni és olvasni sem. $\alpha = 0,05$ elsőfajú hibavalószínűség mellett elfogadható-e, hogy az úszás– és olvasástudás egymástól független tulajdonságok a hatévesek között?

Megoldás. függetlenségvizsgálattal $\chi^2 = 0,1339,\ f = 1, c = 3,84 > \chi^2$, elfogadható, hogy az úszás– és olvasástudás egymástól független tulajdonságok a hatévesek között

---

Minden feladat helyes és **olvasható** megoldása 10 pontot ér. A végeredmény puszta közlése értéktelen.
Sajtóhiba előfordulhat a feladatok szövegében. Azonnal jelezzétek, ha ennek gyanúja felmerül!

2. Zh. feladatsora, (meteorológus. gyak.) 2011. május 16.

(1) (hétfő) Legyen $X_1, \ldots, X_n$ független, Poisson-eloszlású minta, a paraméter, $\lambda > 0$ ismeretlen.

(a) Adjunk becslést λ-ra momentummódszerrel. (8 pont)
(b) Adjunk becslést λ-ra maximumlikelihood-módszerrel. (12 pont)

Megoldás. $\hat{\lambda} = \overline{X}$ mindkét esetben.

(2) Egy dobókockáról szeretnénk eldönteni, hogy szabályos-e. Ha 100 dobásból legalább 40 hatos, akkor elvetjük a nullhipotézist, azaz azt, hogy a kocka szabályos. Mennyi az elsőfajú hiba valószínűsége? (10 pont)

Megoldás. $\sum_{n=40}^{100} \binom{100}{k} \left(\frac{5}{6}\right)^{100-k} \left(\frac{1}{6}\right)^k$

(3) Arról kérdeztünk embereket, hogy az utóbbi hónapban hányszor késtek el a munkahelyükről. A válaszok gyakorisága a következő volt:

késések száma	0	1	2	3	4	5
gyakoriság	49	21	5	2	2	1

Elfogadható-e az a hipotézis $\alpha = 0,05$ elsőfajú hibavalószínűség mellett, hogy a késések száma Poisson(1/3) eloszlású? Poisson(b)-eloszlás: $b^k/k! \cdot e^{-b}$, $k = 0, 1, \ldots$. (12 pont)

Megoldás. illeszkedésvizsgálat az utolsó három osztály összevonásával $\chi^2 = 57,68$, $f = 3$, $c = 7,81$, elutasítjuk a nullhipotézist, nem fogadható el, hogy a késések száma Poisson(1/3) eloszlású

(4) 7 ember vércukorszintjére a következő értékek adódtak (a mértékegység mmol/liter):

4,9 3,2 2,6 3,8 4,0 3,4 3,7

(a) (csütörtök) Normális eloszlást feltételezve $\alpha = 0,05$ elsőfajú hibavalószínűség mellett elfogadható-e a $H_0 : m = 4$ nullhipotézis a $H_1 : m < 4$ ellenhipotézissel szemben, ahol m egy ember vércukorszintjének várható értéke mmol/literben mérve? (10 pont)
(b) A szórást 1-nek feltételezve adjunk 95 százalékos megbízhatóságú konfidenciaintervallumot m-re. (8 pont)

Megoldás. a) egymintás egyoldali t-próbával $t = -1,2667$, $f = 6$, $c = -1,943$, tehát elfogadható a nullhipotézis b) $\left(3,657 - 1,96/\sqrt{7}, 3,657 - 1,96/\sqrt{7}\right) \approx (2,916; 4,398)$

(5) Hatéves gyerekek úszni- és olvasnitudására voltunk kíváncsiak. A megkérdezettek között 17 tudott úszni és olvasni is, 28 csak olvasni, 75 csak úszni, 109 úszni és olvasni sem. $\alpha = 0,05$ elsőfajú hibavalószínűség mellett elfogadható-e, hogy az úszás– és olvasástudás egymástól független tulajdonságok a hatévesek között?

Megoldás. függetlenségvizsgálattal $\chi^2 = 0,1339$, $f = 1, c = 3,84 > \chi^2$, elfogadható, hogy az úszás– és olvasástudás egymástól független tulajdonságok a hatévesek között

---

Minden feladat helyes és **olvasható** megoldása 10 pontot ér. A végeredmény puszta közlése értéktelen.
Sajtóhiba előfordulhat a feladatok szövegében. Azonnal jelezzétek, ha ennek gyanúja felmerül!

2. Zh. feladatsora, (meteorológus. gyak.) 2011. május 16.

(1) (hétfő) Legyen $X_1, \ldots, X_n$ független, Poisson-eloszlású minta, a paraméter, $\lambda > 0$ ismeretlen.

(a) Adjunk becslést λ-ra momentummódszerrel. (8 pont)
(b) Adjunk becslést λ-ra maximumlikelihood-módszerrel. (12 pont)

Megoldás. $\hat{\lambda} = \overline{X}$ mindkét esetben.

(2) Egy dobókockáról szeretnénk eldönteni, hogy szabályos-e. Ha 100 dobásból legalább 40 hatos, akkor elvetjük a nullhipotézist, azaz azt, hogy a kocka szabályos. Mennyi az elsőfajú hiba valószínűsége? (10 pont)

Megoldás. $\sum_{n=40}^{100} \binom{100}{k} \left(\frac{5}{6}\right)^{100-k} \left(\frac{1}{6}\right)^k$

(3) Arról kérdeztünk embereket, hogy az utóbbi hónapban hányszor késtek el a munkahelyükről. A válaszok gyakorisága a következő volt:

késések száma	0	1	2	3	4	5
gyakoriság	49	21	5	2	2	1

Elfogadható-e az a hipotézis $\alpha = 0,05$ elsőfajú hibavalószínűség mellett, hogy a késések száma Poisson(1/3) eloszlású? Poisson(b)-eloszlás: $b^k/k! \cdot e^{-b}$, $k = 0, 1, \ldots$. (12 pont)

Megoldás. illeszkedésvizsgálat az utolsó három osztály összevonásával $\chi^2 = 57,68$, $f = 3$, $c = 7,81$, elutasítjuk a nullhipotézist, nem fogadható el, hogy a késések száma Poisson(1/3) eloszlású

(4) 7 ember vércukorszintjére a következő értékek adódtak (a mértékegység mmol/liter):

4,9 3,2 2,6 3,8 4,0 3,4 3,7

(a) (csütörtök) Normális eloszlást feltételezve $\alpha = 0,05$ elsőfajú hibavalószínűség mellett elfogadható-e a $H_0 : m = 4$ nullhipotézis a $H_1 : m < 4$ ellenhipotézissel szemben, ahol m egy ember vércukorszintjének várható értéke mmol/literben mérve? (10 pont)
(b) A szórást 1-nek feltételezve adjunk 95 százalékos megbízhatóságú konfidenciaintervallumot m-re. (8 pont)

Megoldás. a) egymintás egyoldali t-próbával $t = -1,2667$, $f = 6$, $c = -1,943$, tehát elfogadható a nullhipotézis b) $\left(3,657 - 1,96/\sqrt{7}, 3,657 - 1,96/\sqrt{7}\right) \approx (2,916; 4,398)$

(5) Hatéves gyerekek úszni- és olvasnitudására voltunk kíváncsiak. A megkérdezettek között 17 tudott úszni és olvasni is, 28 csak olvasni, 75 csak úszni, 109 úszni és olvasni sem. $\alpha = 0,05$ elsőfajú hibavalószínűség mellett elfogadható-e, hogy az úszás– és olvasástudás egymástól független tulajdonságok a hatévesek között?

Megoldás. függetlenségvizsgálattal $\chi^2 = 0,1339$, $f = 1, c = 3,84 > \chi^2$, elfogadható, hogy az úszás– és olvasástudás egymástól független tulajdonságok a hatévesek között

Minden feladat helyes és **olvasható** megoldása 10 pontot ér. A végeredmény puszta közlése értéktelen.
Sajtóhiba előfordulhat a feladatok szövegében. Azonnal jelezzétek, ha ennek gyanúja felmerül!