2. Zh. feladatsora, (meteorológus. gyak.) 2011. május 12.

(1) Legyen $X_1, \ldots, X_n$ független, exponenciális eloszlású minta, a paraméter, $\lambda > 0$ ismeretlen.

(a) (hétfő) Adjunk becslést λ-ra momentummódszerrel. (8 pont)
(b) Számítsuk ki a minta Fisher-információját. (12 pont)

(2) 100 ember testtömegét mértük meg. Az átlagos testtömeg 72,9 kg-nak adódott. Feltételezve, hogy az emberek testtömegei egymástól független, $N(m, 25)$ eloszlású valószínűségi változók, adjunk 99 százalékos megbízhatóságú kétoldali konfidenciaintervallumot m-re. (8 pont)

Megoldás. $\left(72,9 - 2,58 \cdot \frac{5}{10}, 72,9 + 2,58 \cdot \frac{5}{10}\right) \approx (71,61; 74,19)$

(3) 60 fiú és 50 lány testmagasságát mérték meg. A fiúk átlagos magasságára 182,4 cm, a lányokéra 173,4 cm adódott. Feltételezve, hogy a fiúk és a lányok centiméterben mért magasságai is egymástól független, 8 szórású, normális eloszlású valószínűségi változók, bizonyítják-e az adatok statisztikai értelemben, hogy a fiúk magasabbak a lányoknál? Az elsőfajú hibavalószínűség legyen $0,05$. (10 pont)

Megoldás. kétmintás egyoldali u-próbával $u = \frac{182,4-173,4}{\sqrt{\frac{64}{60}+\frac{64}{50}}} \approx 5,87 > c = 1,645$, így elutasítjuk a nullhipotézist, az adatok statisztikai értelemben bizonyítják, hogy a fiúk magasabbak lányoknál

(4) Egy dobókockával 50-szer dobva a következő eredmények adódtak.

dobás	1	2	3	4	5	6
gyakoriság	6	9	14	8	6	7

$\alpha = 0,01$ terjedelem mellett elfogadható-e, hogy a dobókocka szabályos? (12 pont)

Megoldás. illeszkedésvizsgálattal $\chi^2 = 5,44,\ f = 5,\ c = 15,1$, így elfogadjuk H_0-t

(5) (csütörtök) 6 ember testtömegét mértük meg, a következő értékek adódtak kilogrammban mérve:

61,4 54,6 73,8 81,2 76,4 73,9

Normális eloszlást feltételezve $\alpha = 0,05$ elsőfajú hibavalószínűség mellett elfogadható-e a $H_0 : m = 70$ nullhipotézis a $H_1 : m > 70$ ellenhipotézissel szemben, ahol m egy ember testtömegének várható értéke? (8 pont)

Megoldás. egymintás egyoldali t-próbával $\overline{X} = 70,21,\ s_n^* = 10,068,\ t = 0,0527,\ f = 5,\ p = 0,48,\ c_{krit} = 2,01$ elfogadjuk H_0-t, az adatok nem cáfolják

---

Minden feladat helyes és **olvasható** megoldása 10 pontot ér. A végeredmény puszta közlése értéktelen.
Sajtóhiba előfordulhat a feladatok szövegében. Azonnal jelezzétek, ha ennek gyanúja felmerül!

2. Zh. feladatsora, (meteorológus. gyak.) 2011. május 12.

(1) Legyen $X_1, \ldots, X_n$ független, exponenciális eloszlású minta, a paraméter, $\lambda > 0$ ismeretlen.

(a) (hétfő) Adjunk becslést λ-ra momentummódszerrel. (8 pont)
(b) Számítsuk ki a minta Fisher-információját. (12 pont)

(2) 100 ember testtömegét mértük meg. Az átlagos testtömeg 72,9 kg-nak adódott. Feltételezve, hogy az emberek testtömegei egymástól független, $N(m, 25)$ eloszlású valószínűségi változók, adjunk 99 százalékos megbízhatóságú kétoldali konfidenciaintervallumot m-re. (8 pont)

Megoldás. $\left(72,9 - 2,58 \cdot \frac{5}{10}, 72,9 + 2,58 \cdot \frac{5}{10}\right) \approx (71,61; 74,19)$

(3) 60 fiú és 50 lány testmagasságát mérték meg. A fiúk átlagos magasságára 182,4 cm, a lányokéra 173,4 cm adódott. Feltételezve, hogy a fiúk és a lányok centiméterben mért magasságai is egymástól független, 8 szórású, normális eloszlású valószínűségi változók, bizonyítják-e az adatok statisztikai értelemben, hogy a fiúk magasabbak a lányoknál? Az elsőfajú hibavalószínűség legyen $0,05$. (10 pont)

Megoldás. kétmintás egyoldali u-próbával $u = \frac{182,4-173,4}{\sqrt{\frac{64}{60}+\frac{64}{50}}} \approx 5,87 > c = 1,645$, így elutasítjuk a nullhipotézist, az adatok statisztikai értelemben bizonyítják, hogy a fiúk magasabbak lányoknál

(4) Egy dobókockával 50-szer dobva a következő eredmények adódtak.

dobás	1	2	3	4	5	6
gyakoriság	6	9	14	8	6	7

$\alpha = 0,01$ terjedelem mellett elfogadható-e, hogy a dobókocka szabályos? (12 pont)

Megoldás. illeszkedésvizsgálattal $\chi^2 = 5,44,\ f = 5,\ c = 15,1$, így elfogadjuk H_0-t

(5) (csütörtök) 6 ember testtömegét mértük meg, a következő értékek adódtak kilogrammban mérve:

61,4 54,6 73,8 81,2 76,4 73,9

Normális eloszlást feltételezve $\alpha = 0,05$ elsőfajú hibavalószínűség mellett elfogadható-e a $H_0 : m = 70$ nullhipotézis a $H_1 : m > 70$ ellenhipotézissel szemben, ahol m egy ember testtömegének várható értéke? (8 pont)

Megoldás. egymintás egyoldali t-próbával $\overline{X} = 70,21,\ s_n^* = 10,068,\ t = 0,0527,\ f = 5,\ p = 0,48,\ c_{krit} = 2,01$ elfogadjuk H_0-t, az adatok nem cáfolják

---

Minden feladat helyes és **olvasható** megoldása 10 pontot ér. A végeredmény puszta közlése értéktelen.
Sajtóhiba előfordulhat a feladatok szövegében. Azonnal jelezzétek, ha ennek gyanúja felmerül!