Statisztika **5. feladatsor** 2011. március 17.

1. Egy ezerfős közvélemény-kutatásnál 650-en válaszolták azt, hogy szeretik a kutyákat. Becsüljük meg maximumlikelihood– és momentummódszerrel a tényleges arányt! Hogyan módosul ez a becslés, ha már tudjuk, hogy a kutyákat szeretők 10%-a hazudik, a kutyákat nem szeretőknél pedig 20% ez az arány?

2. Egy CASCO biztosítás kárai 2003-ban 200, 1200, 1800, 125, 485 ezer Ft voltak. A káreloszlásról feltételezzük, hogy (a, b) paraméterű Pareto-eloszlású. Becsüljük meg az a és b paramétereket maximum likelihood– és momentummódszerrel!

3. Legyen a $Z_1, Z_2, \ldots Z_n$ független minta $N(2m+5, 1/d^2)$ eloszlású. Becsüljük meg az ismeretlen paramétereket maximumlikelihood– és momentummódszerrel!

4. Legyen $Z_1, Z_2, \ldots, Z_n$ független minta a következő diszkrét eloszlásból:

$$P(Z_i = 1) = c,\ P(Z_i = 2) = 3c,\ P(Z_i = 3) = 1 - 4c,\ i = 1, \ldots, n,$$

ahol c az ismeretlen paraméter.
a) Határozzuk meg c maximumlikelihood-becslését!
b) Határozzuk meg c momentummódszerrel kapható becslését!
c) Írjunk fel egydimenziós elégséges statisztikát az ismeretlen paraméterre!
d) Adjunk torzítatlan becslést c-re Z_1 segítségével!
e) Az előzőben megadottnál konstruáljunk jobb becslést a Rao–Blackwell–Kolmogorov-tétel segítségével!

Pareto-eloszlás $a > 0$ és $b > 0$ paraméterekkel: sűrűségfüggvénye: $f(x) = a\frac{b^a}{(b+x)^{a+1}}, x > 0$, különben 0; várható értéke: $\frac{b}{a-1}$, ha $a > 1$, szórásnégyzete: $\frac{b^2 a}{(a-1)^2(a-2)}$, ha $a > 2$.

Statisztika **5. feladatsor** 2011. március 17.

1. Egy ezerfős közvélemény-kutatásnál 650-en válaszolták azt, hogy szeretik a kutyákat. Becsüljük meg maximumlikelihood– és momentummódszerrel a tényleges arányt! Hogyan módosul ez a becslés, ha már tudjuk, hogy a kutyákat szeretők 10%-a hazudik, a kutyákat nem szeretőknél pedig 20% ez az arány?

2. Egy CASCO biztosítás kárai 2003-ban 200, 1200, 1800, 125, 485 ezer Ft voltak. A káreloszlásról feltételezzük, hogy (a, b) paraméterű Pareto-eloszlású. Becsüljük meg az a és b paramétereket maximum likelihood– és momentummódszerrel!

3. Legyen a $Z_1, Z_2, \ldots Z_n$ független minta $N(2m+5, 1/d^2)$ eloszlású. Becsüljük meg az ismeretlen paramétereket maximumlikelihood– és momentummódszerrel!

4. Legyen $Z_1, Z_2, \ldots, Z_n$ független minta a következő diszkrét eloszlásból:

$$P(Z_i = 1) = c,\ P(Z_i = 2) = 3c,\ P(Z_i = 3) = 1 - 4c,\ i = 1, \ldots, n,$$

ahol c az ismeretlen paraméter.
a) Határozzuk meg c maximumlikelihood-becslését!
b) Határozzuk meg c momentummódszerrel kapható becslését!
c) Írjunk fel egydimenziós elégséges statisztikát az ismeretlen paraméterre!
d) Adjunk torzítatlan becslést c-re Z_1 segítségével!
e) Az előzőben megadottnál konstruáljunk jobb becslést a Rao–Blackwell–Kolmogorov-tétel segítségével!

Pareto-eloszlás $a > 0$ és $b > 0$ paraméterekkel: sűrűségfüggvénye: $f(x) = a\frac{b^a}{(b+x)^{a+1}}, x > 0$, különben 0; várható értéke: $\frac{b}{a-1}$, ha $a > 1$, szórásnégyzete: $\frac{b^2 a}{(a-1)^2(a-2)}$, ha $a > 2$.