Statisztika **4. feladatsor** 2011. március 7-10.

1. Legyen $X_1, X_2, \ldots, X_n$ független minta valamely véges szórású eloszlásból, és tekintsük az $T(X_1, X_2, \ldots, X_n) = a_1X_1 + a_2X_2 + \ldots + a_nX_n$ alakú lineáris becsléseket, ahol $a_1, \ldots, a_n$ valós számok. Feltéve, hogy a becslésünk torzítatlan, mely $a_1, \ldots, a_n$ együtthatókra lesz minimális a $T(X_1, X_2, \ldots, X_n)$ mennyiség szórásnégyzete?
2. Határozzuk meg az ismeretlen paraméter maximum likelihood becslését, ha a minta
a) geometriai eloszlású $p > 0$ paraméterrel;
b) egyenletes eloszlású az (a, b) intervallumon;
c) normális eloszlású m várható értékkel és σ szórással;
d) Poisson-eloszlású $b > 0$ paraméterrel;
e) exponenciális $a > 0$ paraméterrel;
f) 20 rendű binomiális eloszlás $0 < p < 1$ paraméterrel.
3. Legyenek $X_1, X_2, \ldots, X_n$ és $Y_1, Y_2, \ldots Y_n$ egymástól független a, illetve $1/a$ paraméterű exponenciális eloszlású minták. Határozzuk meg az ismeretlen paraméter maximum likelihood becslését!
4. Legyen $X_1, X_2, \ldots, X_n$ független minta az $(-a, a)$ intervallumon egyenletes eloszlásból. Határozzuk meg az $a > 0$ paraméter maximum likelihood becslését!
5. Egy tóban elő halak számát szeretnék megbecsülni. Kifognak ötszázat, és megjelölve visszaengedik őket. Később kihalásznak száz halat, ezek közül húsz jelölt halat találnak. Feltételezve, hogy mindkét alkalommal egyenletesen sikerült választani a tóban elő halak közül, adjunk becslést a tóban élő halak számára maximumlikelihood– és momentummódszerrel is.

Statisztika **4. feladatsor** 2011. március 7-10.

1. Legyen $X_1, X_2, \ldots, X_n$ független minta valamely véges szórású eloszlásból, és tekintsük az $T(X_1, X_2, \ldots, X_n) = a_1X_1 + a_2X_2 + \ldots + a_nX_n$ alakú lineáris becsléseket, ahol $a_1, \ldots, a_n$ valós számok. Feltéve, hogy a becslésünk torzítatlan, mely $a_1, \ldots, a_n$ együtthatókra lesz minimális a $T(X_1, X_2, \ldots, X_n)$ mennyiség szórásnégyzete?
2. Határozzuk meg az ismeretlen paraméter maximum likelihood becslését, ha a minta
a) geometriai eloszlású $p > 0$ paraméterrel;
b) egyenletes eloszlású az (a, b) intervallumon;
c) normális eloszlású m várható értékkel és σ szórással;
d) Poisson-eloszlású $b > 0$ paraméterrel;
e) exponenciális $a > 0$ paraméterrel;
f) 20 rendű binomiális eloszlás $0 < p < 1$ paraméterrel.
3. Legyenek $X_1, X_2, \ldots, X_n$ és $Y_1, Y_2, \ldots Y_n$ egymástól független a, illetve $1/a$ paraméterű exponenciális eloszlású minták. Határozzuk meg az ismeretlen paraméter maximum likelihood becslését!
4. Legyen $X_1, X_2, \ldots, X_n$ független minta az $(-a, a)$ intervallumon egyenletes eloszlásból. Határozzuk meg az $a > 0$ paraméter maximum likelihood becslését!
5. Egy tóban elő halak számát szeretnék megbecsülni. Kifognak ötszázat, és megjelölve visszaengedik őket. Később kihalásznak száz halat, ezek közül húsz jelölt halat találnak. Feltételezve, hogy mindkét alkalommal egyenletesen sikerült választani a tóban elő halak közül, adjunk becslést a tóban élő halak számára maximumlikelihood– és momentummódszerrel is.

1. Legyen $X_1, X_2, \ldots, X_n$ független minta valamely véges szórású eloszlásból, és tekintsük az $T(X_1, X_2, \ldots, X_n) = a_1X_1 + a_2X_2 + \ldots + a_nX_n$ alakú lineáris becsléseket, ahol $a_1, \ldots, a_n$ valós számok. Feltéve, hogy a becslésünk torzítatlan, mely $a_1, \ldots, a_n$ együtthatókra lesz minimális a $T(X_1, X_2, \ldots, X_n)$ mennyiség szórásnégyzete?
2. Határozzuk meg az ismeretlen paraméter maximum likelihood becslését, ha a minta
   a) geometriai eloszlású $p > 0$ paraméterrel;
   b) egyenletes eloszlású az (a, b) intervallumon;
   c) normális eloszlású m várható értékkel és σ szórással;
   d) Poisson-eloszlású $b > 0$ paraméterrel;
   e) exponenciális $a > 0$ paraméterrel;
   f) 20 rendű binomiális eloszlás $0 < p < 1$ paraméterrel.
3. Legyenek $X_1, X_2, \ldots, X_n$ és $Y_1, Y_2, \ldots Y_n$ egymástól független a, illetve $1/a$ paraméterű exponenciális eloszlású minták. Határozzuk meg az ismeretlen paraméter maximum likelihood becslését!
4. Legyen $X_1, X_2, \ldots, X_n$ független minta az $(-a, a)$ intervallumon egyenletes eloszlásból. Határozzuk meg az $a > 0$ paraméter maximum likelihood becslését!
5. Egy tóban elő halak számát szeretnék megbecsülni. Kifognak ötszázat, és megjelölve visszaengedik őket. Később kihalásznak száz halat, ezek közül húsz jelölt halat találnak. Feltételezve, hogy mindkét alkalommal egyenletesen sikerült választani a tóban elő halak közül, adjunk becslést a tóban élő halak számára maximumlikelihood– és momentummódszerrel is.

Statisztika **4. feladatsor** 2011. március 7-10.

1. Legyen $X_1, X_2, \ldots, X_n$ független minta valamely véges szórású eloszlásból, és tekintsük az $T(X_1, X_2, \ldots, X_n) = a_1X_1 + a_2X_2 + \ldots + a_nX_n$ alakú lineáris becsléseket, ahol $a_1, \ldots, a_n$ valós számok. Feltéve, hogy a becslésünk torzítatlan, mely $a_1, \ldots, a_n$ együtthatókra lesz minimális a $T(X_1, X_2, \ldots, X_n)$ mennyiség szórásnégyzete?
2. Határozzuk meg az ismeretlen paraméter maximum likelihood becslését, ha a minta
   a) geometriai eloszlású $p > 0$ paraméterrel;
   b) egyenletes eloszlású az (a, b) intervallumon;
   c) normális eloszlású m várható értékkel és σ szórással;
   d) Poisson-eloszlású $b > 0$ paraméterrel;
   e) exponenciális $a > 0$ paraméterrel;
   f) 20 rendű binomiális eloszlás $0 < p < 1$ paraméterrel.
3. Legyenek $X_1, X_2, \ldots, X_n$ és $Y_1, Y_2, \ldots Y_n$ egymástól független a, illetve $1/a$ paraméterű exponenciális eloszlású minták. Határozzuk meg az ismeretlen paraméter maximum likelihood becslését!
4. Legyen $X_1, X_2, \ldots, X_n$ független minta az $(-a, a)$ intervallumon egyenletes eloszlásból. Határozzuk meg az $a > 0$ paraméter maximum likelihood becslését!
5. Egy tóban elő halak számát szeretnék megbecsülni. Kifognak ötszázat, és megjelölve visszaengedik őket. Később kihalásznak száz halat, ezek közül húsz jelölt halat találnak. Feltételezve, hogy mindkét alkalommal egyenletesen sikerült választani a tóban elő halak közül, adjunk becslést a tóban élő halak számára maximumlikelihood– és momentummódszerrel is.