1. Legyenek $X_1, X_2, \ldots, X_n$ és $Y_1, Y_2, \ldots Y_n$ egymástól független a illetve $1/a$ paraméterű exponenciális eloszlású minták. Határozzuk meg az ismeretlen paraméter maximum likelihood becslését!

2. Egy CASCO biztosítás kárai 2003-ban 200, 1200, 1800, 125, 485 ezer Ft voltak. A káreloszlásról feltételezzük, hogy (α, β) paraméterű Pareto-eloszlású. Becsüljük meg az α és β paramétereket momentum-módszerrel! A Pareto-eloszlás

$$\text{eloszlásfüggvénye: } F(x) = 1 - \left(\frac{\beta}{\beta + x}\right)^{\alpha}, x > 0, \text{különben } 0;$$

$$\text{várható értéke: } \frac{\beta}{\alpha - 1}, \text{ ha } \alpha > 1, \text{ szórásnégyzete: } \frac{\beta^2 \alpha}{(\alpha-1)^2(\alpha-2)}, \text{ ha } \alpha > 2.$$

3. Legyen a $Z_1, Z_2, \ldots, Z_n$ független minta $N(2m+5, 1/d^2)$ eloszlású. Becsüljük meg az ismeretlen paramétereket momentum-módszerrel!

4. Legyen $Z_1, Z_2, \ldots, Z_n$ független minta a következő diszkrét eloszlásból:

$$P(Z_i = 1) = c, \ P(Z_i = 2) = 3c, \ P(Z_i = 3) = 1 - 4c, \ i = 1, \ldots, n,$$

   ahol c az ismeretlen paraméter.
   a) Határozzuk meg c maximum likelihood becslését!
   b) Határozzuk meg c momentum-módszerrel kapható becslését!
   c) Írjunk fel egydimenziós elégséges statisztikát az ismeretlen paraméterre!
   d) Adjunk torzítatlan becslést c-re Z_1 segítségével!
   e) Az előzőben megadottnál konstruáljunk jobb becslést a Rao–Blackwell–Kolmogorov-tétel segítségével!

5. Legyen a $Z_1, \ldots, Z_n$ független minta
   a) $N(m, 2)$;
   b) $N(m, 3)$;
   c) $N(2m + 5, 2)$
   eloszlású. A megfigyelt értékek: 6; 4,5; 2,5; 2; 1. Határozzunk meg 95%-os (99%-os) megbízhatóságú konfidenciaintervallumot m-re! Mi változik az *a)* esetben, ha a szórást nem ismerjük? Adjunk a szórásra is konfidenciaintervallumot.

1. Legyenek $X_1, X_2, \ldots, X_n$ és $Y_1, Y_2, \ldots Y_n$ egymástól független a illetve $1/a$ paraméterű exponenciális eloszlású minták. Határozzuk meg az ismeretlen paraméter maximum likelihood becslését!

2. Egy CASCO biztosítás kárai 2003-ban 200, 1200, 1800, 125, 485 ezer Ft voltak. A káreloszlásról feltételezzük, hogy (α, β) paraméterű Pareto-eloszlású. Becsüljük meg az α és β paramétereket momentum-módszerrel! A Pareto-eloszlás

$$\text{eloszlásfüggvénye: } F(x) = 1 - \left(\frac{\beta}{\beta + x}\right)^{\alpha}, x > 0, \text{különben } 0;$$

$$\text{várható értéke: } \frac{\beta}{\alpha - 1}, \text{ ha } \alpha > 1, \text{ szórásnégyzete: } \frac{\beta^2 \alpha}{(\alpha - 1)^2 (\alpha - 2)}, \text{ ha } \alpha > 2.$$

3. Legyen a $Z_1, Z_2, \ldots, Z_n$ független minta $N(2m + 5, 1/d^2)$ eloszlású. Becsüljük meg az ismeretlen paramétereket momentum-módszerrel!

4. Legyen $Z_1, Z_2, \ldots, Z_n$ független minta a következő diszkrét eloszlásból:

$$P(Z_i = 1) = c, \; P(Z_i = 2) = 3c, \; P(Z_i = 3) = 1 - 4c, \; i = 1, \ldots, n,$$

ahol c az ismeretlen paraméter.
a) Határozzuk meg c maximum likelihood becslését!
b) Határozzuk meg c momentum-módszerrel kapható becslését!
c) Írjunk fel egydimenziós elégséges statisztikát az ismeretlen paraméterre!
d) Adjunk torzítatlan becslést c-re Z_1 segítségével!
e) Az előzőben megadottnál konstruáljunk jobb becslést a Rao–Blackwell–Kolmogorov-tétel segítségével!

5. Legyen a $Z_1, \ldots, Z_n$ független minta
a) $N(m, 2)$;
b) $N(m, 3)$;
c) $N(2m + 5, 2)$
eloszlású. A megfigyelt értékek: 6; 4,5; 2,5; 2; 1. Határozzunk meg 95%-os (99%-os) megbízhatóságú konfidenciaintervallumot m-re! Mi változik az *a)* esetben, ha a szórást nem ismerjük? Adjunk a szórásra is konfidenciaintervallumot.