1. Adjunk torzítatlan becslést a valószínűségszámítás vizsga bukási arányára, ha 300-ból 100-an buktak meg. Adjunk a becslés szórására felső becslést.

2. Adjunk meg torzítatlan becslést a $[0, \theta]$ intervallumon egyenletes eloszlás paraméterére
   a) mintaátlag;
   b) a maximum;
   c) a minimum
   segítségével.
   Számítsuk ki a becslések szórását is. Melyik hatásosabb? Melyik konzisztens?

3. Mutassuk meg, hogy exponenciális eloszlású minta esetén
   a) $n \cdot (X_1, \ldots, X_n)$ torzítatlan, de nem konzisztens a várható értékre.
   b) beadható feladat: $1/\overline{X}$ nem torzítatlan, de konzisztens a paraméterre.

4. Adjunk különböző becsléseket az alábbi, éves vízállásmaximumok alapján az eloszlás 99%-os kvantilisére tapasztalati eloszlásból, normális közelítésből, $500 + Y$-ból, ahol Y exponenciális.

1991	1992	1993	1994	1995	1996	1997	1998	1999	2000
690	709	876	544	843	586	546	923	830	873

5. Mutassuk meg, hogy ha egyelemű mintánk van az $[a, a+1]$ intervallumon egyenletes eloszlásból, akkor nincs hatásos becslés az a paraméterre. (Adjunk meg minél többféle torzítatlan becslést a megfigyelés egész része segítségével.)

6. Határozzuk meg az ismeretlen paraméter maximum likelihood becslését, ha a minta
   a) Pascal-eloszlású;
   b) binomiális eloszlású (a rend ismert);
   c) $(a, 1)$ intervallumon egyenletes eloszlású.

7. 100 elemű, b paraméterű Poisson-eloszlású minta esetén két becslést adtunk e^{-b}-re. Az elsőnél a 0 elemek relatív gyakoriságait, a másodiknál az $e^{-\overline{X}}$ maximum likelihood becslést alkalmaztuk. 1000 ismétlés alapján az alábbi alapstatisztikákat kaptuk becsléseinkre.

	min.	1st qu.	median	3rd qu.	max.	átlag	szórás
relatív gyakoriság	0,0300	0,1100	0,1300	0,1500	0,2400	0,135	0,036
maximum likelihood	0,0706	0,1237	0,1353	0,1481	0,2039	0,137	0,019

   Melyiket gondoljuk jobb becslésnek, és miért?

8. Beadható feladat március 9-ig: Legyen $X_1, \ldots, X_n$ független minta $Bin\,(4, p)$-ből, továbbá $Y_1, \ldots, Y_n$ független minta $Bin\,(6, p)$-ből, és tegyük fel, hogy a két minta egymástól is független. Milyen a és b számokra lesz $a\overline{X} + b\overline{Y}$ a p paraméter torzítatlan becslése? Ezen számpárok közül melyikre lesz a becslés szórása minimális?

1. Adjunk torzítatlan becslést a valószínűségszámítás vizsga bukási arányára, ha 300-ból 100-an buktak meg. Adjunk a becslés szórására felső becslést.

2. Adjunk meg torzítatlan becslést a $[0, \theta]$ intervallumon egyenletes eloszlás paraméterére
a) mintaátlag;
b) a maximum;
c) a minimum
segítségével.
Számítsuk ki a becslések szórását is. Melyik hatásosabb? Melyik konzisztens?

3. Mutassuk meg, hogy exponenciális eloszlású minta esetén
a) $n \cdot (X_1, \ldots, X_n)$ torzítatlan, de nem konzisztens a várható értékre.
b) beadható feladat: $1/\overline{X}$ nem torzítatlan, de konzisztens a paraméterre.

4. Adjunk különböző becsléseket az alábbi, éves vízállásmaximumok alapján az eloszlás 99%-os kvantilisére tapasztalati eloszlásból, normális közelítésből, $500 + Y$-ból, ahol Y exponenciális.

1991	1992	1993	1994	1995	1996	1997	1998	1999	2000
690	709	876	544	843	586	546	923	830	873

5. Mutassuk meg, hogy ha egyelemű mintánk van az $[a, a+1]$ intervallumon egyenletes eloszlásból, akkor nincs hatásos becslés az a paraméterre. (Adjunk meg minél többféle torzítatlan becslést a megfigyelés egész része segítségével.)

6. Határozzuk meg az ismeretlen paraméter maximum likelihood becslését, ha a minta
a) Pascal-eloszlású;
b) binomiális eloszlású (a rend ismert);
c) $(a, 1)$ intervallumon egyenletes eloszlású.

7. 100 elemű, b paraméterű Poisson-eloszlású minta esetén két becslést adtunk e^{-b}-re. Az elsőnél a 0 elemek relatív gyakoriságait, a másodiknál az $e^{-\overline{X}}$ maximum likelihood becslést alkalmaztuk. 1000 ismétlés alapján az alábbi alapstatisztikákat kaptuk becsléseinkre.

	min.	1st qu.	median	3rd qu.	max.	átlag	szórás
relatív gyakoriság	0,0300	0,1100	0,1300	0,1500	0,2400	0,135	0,036
maximum likelihood	0,0706	0,1237	0,1353	0,1481	0,2039	0,137	0,019

Melyiket gondoljuk jobb becslésnek, és miért?

8. Beadható feladat március 9-ig: Legyen $X_1, \ldots, X_n$ független minta $Bin\,(4, p)$-ből, továbbá $Y_1, \ldots, Y_n$ független minta $Bin\,(6, p)$-ből, és tegyük fel, hogy a két minta egymástól is független. Milyen a és b számokra lesz $a\overline{X} + b\overline{Y}$ a p paraméter torzítatlan becslése? Ezen számpárok közül melyikre lesz a becslés szórása minimális?