1. Valaki azt állítja, hogy a klíma változik, és ezt azzal véli bizonyítottnak, hogy az elmúlt 10 évben 2-szer is volt jégeső, pedig korábban az egyes évekre a jégeső valószínűsége a hivatalos adatok alapján csupán $p = 0,1$ volt. Írjuk fel a hipotéziseket, a próbát és állapítsuk meg az elsőfajú hiba valószínűségét, valamint az erőfüggvényt a $p = 0,2$ pontban.

2. Adott egy 3 elemű minta X_1, X_2, X_3. Két hipotézisünk van:
   $H_0 : P(X_i = 2) = 1/4$, $P(X_i = 3) = 1/2$, $P(X_i = 10) = 1/4$
   $H_1 : P(X_i = 2) = 1/4$, $P(X_i = 3) = 1/4$, $P(X_i = 10) = 1/2$

   a) Határozzuk meg a valószínűséghányados próbát 5 %-os elsőfajú hibavalószínűség mellett!
   b) Adjuk meg a próbát, ha csak 1 elemű a mintánk!

3. Az alábbi minta 4 év október 18-án Budapesten mért napi középhőmérséklet adatait tartalmazza. Ellenőrizzük a $H_0 : m = 15$ nullhipotézist $\alpha = 0,05$ elsőfajú hibavalószínűség mellett egyoldali és kétoldali ellenhipotézissel szemben, úgy, hogy *a)* A korábbi tapasztalatok alapján tekintsük az értékek szórását 2-nek. Adjuk meg a p-értéket is. *b)* Ne használjunk a szórásra vonatkozóan előzetes információt. Az adatok: 14,8 12,2 16,8 11,1

4. Az Informatikai Kar III. évfolyamán 300-an tanulnak. Megszámolták, hogy a legutóbbi vizsgaidőszakban hányszor buktak az egyes hallgatók. Az eredményeket tartalmazza az alábbi táblázat.

Bukások száma	0	1	2	3	4
Hallgatók száma	80	113	77	27	3

   a) Elfogadhatjuk-e azt a hipotézist, hogy egy hallgató bukásszáma $\text{Bin}(4; 0,25)$ eloszlású?

   b) Elfogadhatjuk-e azt a hipotézist, hogy egy hallgató bukásszáma $\text{Bin}(4; p)$ eloszlású valamely $p \in (0,1)$-gyel?

5. Az alábbi kontingenciatáblázat mutatja, hogy 100 évben hogyan alakult a csapadék és a hőmérséklet.

Csapadék Hőmérséklet	Kevés	Átlagos	Sok
Hűvös	15	10	5
Átlagos	10	10	20
Meleg	5	20	5

   (A cellákban az egyes esetek gyakoriságai találhatóak.) Tekinthető-e a csapadékmennyiség és a hőmérséklet függetlennek?

6. Az alábbi táblázatok egy gyógyszer hatásosságát mutatják, amikor azt férfiakon, illetve nőkön próbálták ki.

férfiak	kezelt	nem
gyógyult	700	80
nem gyógyult	800	130

nők	kezelt	nem
gyógyult	150	400
nem gyógyult	70	280

Hatásos-e a gyógyszer férfiaknál, illetve nőknél alkalmazva? Az adatokat összesítve is végezzük el a hatásosság vizsgálatát.

Valószínűségszámítás és statisztika **8. feladatsor** 2013. április 23.

1. Az X és Y valószínűségi változók együttes eloszlását a következő táblázat mutatja.

$Y\backslash X$	0	1	2
1	$\frac{3}{27}$	$\frac{3}{27}$	$\frac{4}{27}$
2	$\frac{2}{27}$	$\frac{2}{27}$	$\frac{4}{27}$
3	$\frac{1}{27}$	$\frac{1}{27}$	$\frac{7}{27}$

Határozzuk meg X és Y eloszlását, várható értékét, szórásnégyzetét. Függetlenek-e? Ha nem, határozzuk meg a korrelációjukat.

2. Mely c-re lesznek kétdimenziós sűrűségfüggvények az alábbiak? Adjuk meg az együttes eloszlásfüggvényt, valamint a peremsűrűségfüggvényeket. Mennyi $R(X,Y)$?

a) $f_{X,Y}(x,y) = \begin{cases} cxy & \text{ha } (x,y) \in (0,1)^2; \\ 0 & \text{különben.} \end{cases}$

b) $f_{X,Y}(x,y) = \begin{cases} c & \text{ha } 0 < x < 1 \text{ és } 0 < y < 2x; \\ 0 & \text{különben.} \end{cases}$

c) $f_{X,Y}(x,y) = \begin{cases} c\min(xy) & \text{ha } (x,y) \in (0,1)^2; \\ 0 & \text{különben.} \end{cases}$

3. Egy 52 lapos francia kártyacsomagból húzunk 2 lapot visszatevés nélkül. Legyen X a kőrök, Y pedig az ászok száma. Adjuk meg X és Y korrelációs együtthatóját. Függetlenek-e ezek a változók?

4. Legyenek X és Y független, azonos eloszlású, véges szórásúak. Mennyi $R(X, aX + bY)$?

5. (beadható május 7-ig) Legyen (X,Y) diszkrét valószínűségi vektorváltozó, mely 3 értéket vesz fel azonos valószínűséggel: $(-1; 0,5), (0; 1), (1; 1,5)$. Mennyi X és Y korrelációja?

Valószínűségszámítás és statisztika **8. feladatsor** 2013. április 23.

1. Az X és Y valószínűségi változók együttes eloszlását a következő táblázat mutatja.

$Y\backslash X$	0	1	2
1	$\frac{3}{27}$	$\frac{3}{27}$	$\frac{4}{27}$
2	$\frac{2}{27}$	$\frac{2}{27}$	$\frac{4}{27}$
3	$\frac{1}{27}$	$\frac{1}{27}$	$\frac{7}{27}$

Határozzuk meg X és Y eloszlását, várható értékét, szórásnégyzetét. Függetlenek-e? Ha nem, határozzuk meg a korrelációjukat.

2. Mely c-re lesznek kétdimenziós sűrűségfüggvények az alábbiak? Adjuk meg az együttes eloszlásfüggvényt, valamint a peremsűrűségfüggvényeket. Mennyi $R(X,Y)$?

a) $f_{X,Y}(x,y) = \begin{cases} cxy & \text{ha } (x,y) \in (0,1)^2; \\ 0 & \text{különben.} \end{cases}$

b) $f_{X,Y}(x,y) = \begin{cases} c & \text{ha } 0 < x < 1 \text{ és } 0 < y < 2x; \\ 0 & \text{különben.} \end{cases}$

c) $f_{X,Y}(x,y) = \begin{cases} c\min(xy) & \text{ha } (x,y) \in (0,1)^2; \\ 0 & \text{különben.} \end{cases}$

3. Egy 52 lapos francia kártyacsomagból húzunk 2 lapot visszatevés nélkül. Legyen X a kőrök, Y pedig az ászok száma. Adjuk meg X és Y korrelációs együtthatóját. Függetlenek-e ezek a változók?

4. Legyenek X és Y független, azonos eloszlású, véges szórásúak. Mennyi $R(X, aX + bY)$?

5. (beadható május 7-ig) Legyen (X,Y) diszkrét valószínűségi vektorváltozó, mely 3 értéket vesz fel azonos valószínűséggel: $(-1; 0,5), (0; 1), (1; 1,5)$. Mennyi X és Y korrelációja?

1. Határozzuk meg az ismeretlen paraméter(ek) ML becslését, ha a minta *a)* geometriai eloszlású p paraméterrel; *b)* $\mathrm{Bin}(m, p)$, ahol m ismert, p paraméter; *c)* $\mathrm{E}(a, b)$ eloszlású, ahol $a < b$ paraméterek (egyenletes eloszlás az (a, b) intervallumon; *d)* $\mathrm{Exp}(\lambda)$; *e)* $\mathrm{Poi}(\lambda)$; *f)* $E(-a, a)$.

   Milyen becsléseket ad a momentummódszer ugyanezekben a feladatokban?

2. Tegyük fel, hogy a minta kétparaméteres eloszláscsaládból származik, a paraméterek a és b. Mutassuk meg, hogy az $\begin{cases} E_{a,b}X &= m_1 \\ E_{a,b}X^2 &= m_2 \end{cases}$ egyenletrendszer megoldása megegyezik az

$$\begin{cases} E_{a,b}X &= m_1 \\ D^2_{a,b}X &= s_n^2 \end{cases}$$

   egyenletrendszer megoldásával.

3. Adjunk külöböző becsléseket az alábbi, éves maximum vízállások alapján az eloszlás 99 %-os kvantilisére *a)* tapasztalati eloszlásból; *b)* normális közelítésből; *c)* 500+Y-ból, ahol Y exponenciális.

1991	690	1996	586
1992	709	1997	546
1993	876	1998	923
1994	544	1999	830
1995	843	2000	873

4. Legyen az $X_1, \ldots, X_n$ minta N($2m$+5, $(1/d)^2$) eloszlású. Határozzuk meg az ismeretlen paraméterek momentum becslését!

5. Legyen az $X_1, \ldots, X_n$ minta a következő diszkrét eloszlásból: P(X_1=1)=c, P(X_1=2)=3c, P(X_1=3)=1-4c (c az ismeretlen paraméter). Tegyük fel, hogy az n mintaelemből y_i darab veszi fel az i értéket (i=1,2,3). *a)* Határozzuk meg c momentum-becslését! *b)* Határozzuk meg c ML-becslését!

6. Legyen a $Z_1, \ldots, Z_5$ minta $\mathrm{N}(m, 2^2)$ eloszlású. A megfigyelt értékek a következők: 6; 4,5; 2,5; 2; 1. *a)* Határozzunk meg 95%-os (99%-os) megbízhatóságú konfidenciaintervallumot m-re! *b)* Hány elemű mintára van szükségünk 95%-os megbízhatósági szinten, ha azt szeretnénk, hogy a konfidenciaintervallum legfeljebb 0,01 hosszúságú legyen? *c)* Mi változik az a.) esetben, ha a szórást nem ismerjük? *d)* Adjunk a szórásra 98%-os megbízhatóságú konfidenciaintervallumot.

7. Egy közvéleménykutatás során 1000 embert kérdeztek meg. Közülük 88-an szavaznának egy bizonyos pártra. Adjunk 96%-os megbízhatóságú konfidenciaintervallumot annak valószínűségére, hogy valaki erre az adott pártra szavaz. Alkalmazzunk normális eloszlással való közelítést.

1. Tegyük fel, hogy az egyetemisták IQ teszten elért eredménye normális eloszlású 105 várható értékkel és 10 szórással. Mennyi a valószínűsége, hogy valaki 120-nál több pontot ér el a teszten?

2. Mennyi garanciát adjunk, ha azt szeretnénk, hogy termékeink legfeljebb 10%-át kelljen garanciaidőn belül javítani, ha a készülék élettartama 10 év várható értékű és 2 év szórású normális eloszlással közelíthető?

3. Tegyük fel, hogy egy tábla csokoládé tömege normális eloszlású 100 g várható értékkel és 3 g szórással, valamint, hogy az egyes táblák tömege egymástól független. Legalább hány csokoládét csomagoljunk egy dobozba, hogy a dobozban levő táblák átlagos tömege legalább 0,9 valószínűséggel nagyobb legyen 99,5 g-nál?

4. Tegyük fel, hogy az emberek reakcióideje független λ paraméterű exponenciális eloszlású valószínűségi változókkal írható le. n mérésnél az $X_1, \dots, X_n$ eredmények adódtak.
a) Mennyi a valószínűsége, hogy $X_1 > 3$?
b) Határozzuk meg $\min(X_1, \dots, X_n)$ eloszlását, azaz minden t-re annak valószínűségét, hogy a legkisebb mintaelem kisebb t-nél.
c) Mennyi $X_1 + \ldots + X_n$ várható értéke?
d) Adjunk torzítatlan becslést $1/\lambda$-ra. Mennyi a torzítatlan becslés értéke, ha a minta az alábbi:
$$3,2 \qquad 2,7 \qquad 4,5 \qquad 3,8 \qquad 3,5 \qquad 3,0 \qquad 3,2 \qquad 2,8.$$
e) Adjunk torzítatlan becslést $e^{-3\lambda}$-ra. Mennyi a torzítatlan becslés értéke az előbbi mintán?

5. Legyen $X_1, \dots, X_n$ független minta ismeretlen eloszlásból. *a)* Torzítatlan becslés-e a várható értékre nézve az átlag? *b)* Torzítatlan becslés-e a szórásnégyzetre nézve a tapasztalati szórásnégyzet? Amennyiben nem az, hogyan tudnánk torzítatlanná tenni?

6. Tegyük fel, hogy a valószínűségszámítás jegyekre vonatkozó eddigi 3 megfigyelésünk: 2,3,5. Adjunk torzítatlan becslést a 3 megfigyelés alapján a jegyek szórásnégyzetére.

7. Adjunk torzítatlan becslést a valószínűségszámítás vizsga bukási arányára, ha 300-ból 100-an buktak meg. Adjunk felső korlátot a becslés szórására.

8. Adjunk meg torzítatlan becslést a $[0, \vartheta]$ intervallumon egyenletes eloszlás paraméterére *a)* a mintaátlag; *b)* a maximum; *c)* a minimum segítségével. Számoljuk ki a becslések szórását is.

9. Legyen $X_1, \dots, X_n$ független minta valamely véges szórású eloszlásból, és tekintsük a $T(\underline{X}) = a_1X_1 + \ldots + a_nX_n$ alakú lineáris becsléseket, ahol $a_1, \dots, a_n \in \mathbb{R}$. Feltéve, hogy $T(\underline{X})$ a várható érték torzítatlan becslése, mely $a_1, \dots, a_n$ számokra lesz minimális a $D^2(T(\underline{X}))$ szórásnégyzet?

10. (beadható április 23-ig) Legyen X valószínűségi változó. Határozzuk meg $-\log X$ sűrűségfüggvényét, ha X *a)* exponenciális eloszlású; *b)* egyenletes eloszlású az (a, b) intervallumon.

11. (beadható április 23-ig) Egy egységnyi hosszúságú szakaszon találomra kiválasztunk két pontot, így a szakaszt rövidebb szakaszokra bontjuk. Jelölje X a kapott szakaszok közül a legrövidebb hosszát. Írjuk fel X eloszlás– és sűrűségfüggvényét, valamint számítsuk ki X várható értékét.

X exponenciális eloszlású $\lambda > 0$ paraméterrel. Ekkor eloszlásfüggvénye: $F(t) = P(X < t) = 1 - e^{-\lambda t}$, ha $t > 0$, 0 különben. Sűrűségfüggvénye: $F(t) = P(X < t) = \lambda e^{-\lambda t}$, ha $t > 0$, 0 különben. Várható értéke: $E(X) = \frac{1}{\lambda}$, szórása: $D(X) = \frac{1}{\lambda}$.

Valószínűségszámítás és statisztika **5. feladatsor** 2013. március 12.

1. Mely c-re lesz eloszlásfüggvény $F(x) = \begin{cases} 0 & \text{ha } x \leq 0 \\ cx^3 & \text{ha } 0 < x \leq 3 \\ 1 & \text{ha } 3 < x \end{cases}$
   Mennyi $P(-1 < X < 1)$? Határozzuk meg a sűrűségfüggvényét!

2. Eloszlásfüggvények-e a következő függvények? Ha igen, van-e sűrűségfüggvényük? ($[x]$ az x egészrésze.)
   a) $F(x) = \begin{cases} 1 - \left(\frac{c}{x}\right)^a & \text{ha } x > c; \quad (a, c > 0) \\ 0 & \text{különben.} \end{cases}$ *b)* $F(x) = \begin{cases} 0 & x \leq 0; \\ \frac{[x]}{2} & 0 < x \leq 2; \\ 1 & 2 < x. \end{cases}$

3. Legyen X sűrűségfüggvénye a következő: $f(x) = \begin{cases} cx^4 & \text{ha } 0 < x < 1; \\ 0 & \text{különben.} \end{cases}$ Határozzuk meg a következőket: c, X eloszlásfüggvénye, $P(X < -0.5)$, $P(X < 0.5)$, $P(X < 1.5)$, $D^2(X)$.

4. Legyen X sűrűségfüggvénye a következő: $f(x) = \frac{c}{x^4}$, ha $x > 1$, 0 különben. Mennyi c, $F(x)$, $E(X)$, $D^2(X)$?

5. Véletlenszerűen egyenletesen választunk egy pontot az $x^2 + y^2 < 1$ kör belsejében. Jelölje Z a középponttól mért távolságát. Adjuk meg Z eloszlás- és sűrűségfüggvényét, valamint várható értékét.

6. (beadható március 19-ig) Egy egyszerű csapadék-modell lehet a következő: annak az esélye, hogy egy adott napon nem lesz csapadék, 0.6. Ha van csapadék, akkor a mennyisége exponenciális eloszlású $\lambda = 2$ paraméterrel. Adjuk meg a csapadékmennyiség eloszlásfüggvényét. Mennyi a valószínűsége, hogy legalább 1 mm csapadék lesz egy adott napon?

7. (beadható március 19-ig) Véletlenszerűen egyenletes választunk egy pontot a $[0, 1] \times [0, 1]$ négyzet belsejében. Jelölje X a pontnak a négyzet határától mért távolságát (vagyis mind a négy oldaltól kiszámítjuk a távolságot, és ezek közül a legkisebb X). Mennyi X várható értéke?

Valószínűségszámítás és statisztika **5. feladatsor** 2013. március 12.

1. Mely c-re lesz eloszlásfüggvény $F(x) = \begin{cases} 0 & \text{ha } x \leq 0 \\ cx^3 & \text{ha } 0 < x \leq 3 \\ 1 & \text{ha } 3 < x \end{cases}$
   Mennyi $P(-1 < X < 1)$? Határozzuk meg a sűrűségfüggvényét!

2. Eloszlásfüggvények-e a következő függvények? Ha igen, van-e sűrűségfüggvényük? ($[x]$ az x egészrésze.)
   a) $F(x) = \begin{cases} 1 - \left(\frac{c}{x}\right)^a & \text{ha } x > c; \quad (a, c > 0) \\ 0 & \text{különben.} \end{cases}$ *b)* $F(x) = \begin{cases} 0 & x \leq 0; \\ \frac{[x]}{2} & 0 < x \leq 2; \\ 1 & 2 < x. \end{cases}$

3. Legyen X sűrűségfüggvénye a következő: $f(x) = \begin{cases} cx^4 & \text{ha } 0 < x < 1; \\ 0 & \text{különben.} \end{cases}$ Határozzuk meg a következőket: c, X eloszlásfüggvénye, $P(X < -0.5)$, $P(X < 0.5)$, $P(X < 1.5)$, $D^2(X)$.

4. Legyen X sűrűségfüggvénye a következő: $f(x) = \frac{c}{x^4}$, ha $x > 1$, 0 különben. Mennyi c, $F(x)$, $E(X)$, $D^2(X)$?

5. Véletlenszerűen egyenletesen választunk egy pontot az $x^2 + y^2 < 1$ kör belsejében. Jelölje Z a középponttól mért távolságát. Adjuk meg Z eloszlás- és sűrűségfüggvényét, valamint várható értékét.

6. (beadható március 19-ig) Egy egyszerű csapadék-modell lehet a következő: annak az esélye, hogy egy adott napon nem lesz csapadék, 0.6. Ha van csapadék, akkor a mennyisége exponenciális eloszlású $\lambda = 2$ paraméterrel. Adjuk meg a csapadékmennyiség eloszlásfüggvényét. Mennyi a valószínűsége, hogy legalább 1 mm csapadék lesz egy adott napon?

7. (beadható március 19-ig) Véletlenszerűen egyenletes választunk egy pontot a $[0, 1] \times [0, 1]$ négyzet belsejében. Jelölje X a pontnak a négyzet határától mért távolságát (vagyis mind a négy oldaltól kiszámítjuk a távolságot, és ezek közül a legkisebb X). Mennyi X várható értéke?

Valószínűségszámítás és statisztika **4. feladatsor** 2013. március 5.

1. Számítsuk ki egy kockadobás várható értékét, ha *a)* kocka szabályos; *b)* a kocka szabálytalan: két 1-es, három 4-es, egy 6-os van rajta, de minden oldal egyformán valószínű.
2. Hány szabályos dobókocka esetén a legnagyobb annak a valószínűsége, hogy a kockákat egyszerre feldobva a kapott számok között pontosan egy hatos van?
3. Egy tétova hangya a számegyenesen bolyong. 0-ból indul és minden lépésnél egyforma valószínűséggel vagy jobbra vagy balra lép egyet. Mennyi a valószínűsége, hogy $2n$ lépés után a hangya k-ban lesz?
4. Egy sorsjátékon 1 darab 1000000 Ft-os, 10 db 100000 Ft-os, és 100 db 1000 Ft-os nyeremény van. A játékhoz 10000 db sorsjegyet adtak ki. Mennyi a sorsjegy ára, ha egy sorsjegyre a nyeremény várható értéke megegyezik a sorsjegy árával?
5. Jelölje X az ötöslottón kihúzott lottószámoknál a párosak számát. Adjuk meg X várható értékét.
6. Két szabályos kockával dobunk. Egy dobást sikeresnek nevezünk, ha van hatos a két dobott szám között. Várhatóan hány sikeres dobásunk lesz n próbálkozásból?
7. Dobjunk egy kockával annyiszor, ahány fejet dobtunk két szabályos érmével. Jelölje X a kapott számok összegét. Adjuk meg X eloszlását.
8. Dobjunk egy érmével annyiszor, amennyit egy szabályos kockával dobtunk. Jelölje X a fejek számát. Mennyi X várható értéke?
9. Ötször dobunk egy szabályos kockával. Legyen X a hatosok száma. Mennyi X szórásnégyzete?
10. Adjuk meg az $\{1, 2, ..., N\}$ számokon egyenletes eloszlás szórásnégyzetét.
11. (beadható március 19-ig) Egy szabálytalan érmével addig dobunk, amíg fejet nem kapunk. Annak valószínűsége, hogy páros sokszor kell dobnunk, harmadakkora, mint annak, hogy páratlan sokszor. Mekkora a fej valószínűsége?

Valószínűségszámítás és statisztika **4. feladatsor** 2013. március 5.

1. Számítsuk ki egy kockadobás várható értékét, ha *a)* kocka szabályos; *b)* a kocka szabálytalan: két 1-es, három 4-es, egy 6-os van rajta, de minden oldal egyformán valószínű.
2. Hány szabályos dobókocka esetén a legnagyobb annak a valószínűsége, hogy a kockákat egyszerre feldobva a kapott számok között pontosan egy hatos van?
3. Egy tétova hangya a számegyenesen bolyong. 0-ból indul és minden lépésnél egyforma valószínűséggel vagy jobbra vagy balra lép egyet. Mennyi a valószínűsége, hogy $2n$ lépés után a hangya k-ban lesz?
4. Egy sorsjátékon 1 darab 1000000 Ft-os, 10 db 100000 Ft-os, és 100 db 1000 Ft-os nyeremény van. A játékhoz 10000 db sorsjegyet adtak ki. Mennyi a sorsjegy ára, ha egy sorsjegyre a nyeremény várható értéke megegyezik a sorsjegy árával?
5. Jelölje X az ötöslottón kihúzott lottószámoknál a párosak számát. Adjuk meg X várható értékét.
6. Két szabályos kockával dobunk. Egy dobást sikeresnek nevezünk, ha van hatos a két dobott szám között. Várhatóan hány sikeres dobásunk lesz n próbálkozásból?
7. Dobjunk egy kockával annyiszor, ahány fejet dobtunk két szabályos érmével. Jelölje X a kapott számok összegét. Adjuk meg X eloszlását.
8. Dobjunk egy érmével annyiszor, amennyit egy szabályos kockával dobtunk. Jelölje X a fejek számát. Mennyi X várható értéke?
9. Ötször dobunk egy szabályos kockával. Legyen X a hatosok száma. Mennyi X szórásnégyzete?
10. Adjuk meg az $\{1, 2, ..., N\}$ számokon egyenletes eloszlás szórásnégyzetét.
11. (beadható március 19-ig) Egy szabálytalan érmével addig dobunk, amíg fejet nem kapunk. Annak valószínűsége, hogy páros sokszor kell dobnunk, harmadakkora, mint annak, hogy páratlan sokszor. Mekkora a fej valószínűsége?

Valószínűségszámítás és statisztika **3. feladatsor** 2013. február 25.

1. Legyenek A, B, C, D egy szabályos tetraéder csúcsai. Egy légy az A csúcsból indulva sétál a tetraéder élein, mégpedig minden csúcsból véletlenszerűen választva a lehetséges három irány közül. Jelölje X azt a valószínűségi változót, hogy A-ból indulva hányadikra érünk vissza először A-ba. Írjuk fel X eloszlását.
2. Egy harmincfős osztályban mindenki a többiektől függetlenül $1/4$ valószínűséggel balkezes. Mennyi a valószínűsége, hogy pontosan 10 balkezest találunk? Milyen eloszlású a balkezes gyerekek száma?
3. Egy osztályban a diákok magassága centiméterben mérve: 180, 163, 150, 157, 165, 165, 174, 191, 172, 165, 168, 186. Elemezzük a diákok testmagasságát az átlag, a korrigált tapasztalati szórás, szórási együttható és boxplot ábra (kvartilisek) segítségével.
4. Tegyük fel, hogy egy egyetemen az alábbi felvételi arányok adódtak:

Kar	Összes jelentkező (ebből fiú)	Felvettek (ebből fiú)
Gépészmérnöki	202 (180)	170 (150)
Jogi	598 (320)	130 (50)

   Ábrázoljuk a karonkénti adatokat kontingenciatáblázat formájában. Mit mondhatunk a fiúk, illetve a lányok felvételi arányáról az egyes karokon és összesítve?
5. Egy ember a nap $2/3$ részét kocsmában tölti. A faluban 5 kocsma van, azonos eséllyel tartózkodik bármelyikben. Elindulunk, hogy megkeressük. Négy kocsmát már végigjártunk, de nem találtuk. Mennyi a valószínűsége annak, hogy az ötödikben ott lesz?
6. (beadható március 12-ig) Hányszor kell két szabályos dobókockát feldobnunk, hogy $0,99$-nél nagyobb valószínűséggel legalább egyszer két hatost dobjunk? (2 pont)

Valószínűségszámítás és statisztika **3. feladatsor** 2013. február 25.

1. Legyenek A, B, C, D egy szabályos tetraéder csúcsai. Egy légy az A csúcsból indulva sétál a tetraéder élein, mégpedig minden csúcsból véletlenszerűen választva a lehetséges három irány közül. Jelölje X azt a valószínűségi változót, hogy A-ból indulva hányadikra érünk vissza először A-ba. Írjuk fel X eloszlását.
2. Egy harmincfős osztályban mindenki a többiektől függetlenül $1/4$ valószínűséggel balkezes. Mennyi a valószínűsége, hogy pontosan 10 balkezest találunk? Milyen eloszlású a balkezes gyerekek száma?
3. Egy osztályban a diákok magassága centiméterben mérve: 180, 163, 150, 157, 165, 165, 174, 191, 172, 165, 168, 186. Elemezzük a diákok testmagasságát az átlag, a korrigált tapasztalati szórás, szórási együttható és boxplot ábra (kvartilisek) segítségével.
4. Tegyük fel, hogy egy egyetemen az alábbi felvételi arányok adódtak:

Kar	Összes jelentkező (ebből fiú)	Felvettek (ebből fiú)
Gépészmérnöki	202 (180)	170 (150)
Jogi	598 (320)	130 (50)

   Ábrázoljuk a karonkénti adatokat kontingenciatáblázat formájában. Mit mondhatunk a fiúk, illetve a lányok felvételi arányáról az egyes karokon és összesítve?
5. Egy ember a nap $2/3$ részét kocsmában tölti. A faluban 5 kocsma van, azonos eséllyel tartózkodik bármelyikben. Elindulunk, hogy megkeressük. Négy kocsmát már végigjártunk, de nem találtuk. Mennyi a valószínűsége annak, hogy az ötödikben ott lesz?
6. (beadható március 12-ig) Hányszor kell két szabályos dobókockát feldobnunk, hogy $0,99$-nél nagyobb valószínűséggel legalább egyszer két hatost dobjunk? (2 pont)

1. Mennyi annak a valószínűsége, hogy 3 szabályos dobókockával kétszer dobva mindkét esetben ugyanazt az eredményt kapjuk?
2. Egy érmével annyiszor dobunk, mint amennyi egy szabályos kockadobás eredménye. Mennyi a valószínűsége, hogy nem kapunk fejet?
3. Mennyi a valószínűsége, hogy két szabályos kockadobásnál mind a két dobás 6-os, feltéve, hogy legalább az egyik dobás 6-os?
4. Három szabályos dobókockával dobunk. Mennyi a valószínűsége, hogy az egyik kockával 6-ost dobunk, feltéve, hogy a dobott számok összege 12?
5. 100 érme közül az egyik hamis, ennek mindkét oldalán fej van, a többi szabályos. Egy érmét véletlenszerűen, egyenletesen kiválasztva és azzal tízszer dobva tíz fejet kaptunk. Ezen feltétellel mennyi a valószínűsége, hogy a hamis érmével dobtunk?
6. Egy diák a vizsgán p valószínűséggel tudja a helyes választ. Amennyiben nem tudja, akkor tippel, 1/3 eséllyel jól. Feltesszük, hogy a diák tudása biztos, azaz ha tudja a választ, akkor az jó is. Határozzuk meg p értékét, ha 3/5 annak a valószínűsége, hogy amennyiben helyesen válaszolt, tudta is a helyes választ.
7. Vándorlásai közben Odüsszeusz egy hármas útelágazáshoz ér. Az egyik út Athénbe, a másik Spártába, a harmadik Mükénébe vezet. Az athéniek kereskedő népség, szeretik ámítani a látogatókat, csak minden 3. alkalommal mondanak igazat. A mükénéiek ennél tisztességesebbek: ők csak minden második alkalommal hazudnak. A szigorú spártai neveltetésnek köszönhetően a spártaiak becsületesek, ők mindig igazat mondanak. Odüsszeusznak nem tudja, hogy melyik út merre vezethet, így feldob egy kockát, egyenlő esélyt adva mindegyik útnak. Megérkezve a városba, megkérdez egy embert, mennyi $2 \cdot 2$, mire közlik vele, hogy 4. Mennyi a valószínűsége, hogy Odüsszeusz Athénba jutott?
8. Milyen $n > 1$-re igaz, hogy A és B függetlenek, ha *a)* A: n érmedobásból van fej és írás is; B: n érmedobásból legfeljebb egy írás van. *b)* A: n érmedobásból van fej és írás is; B: az első dobás fej. (Az érmék szabályosak.)
9. Osztozkodási probléma: hogyan osztozzon a téten két játékos, ha 2:1 állásnál félbeszakadt a 4 győzelemig tartó mérkőzésük? (Tegyük fel, hogy az egyes játékok egymástól függetlenek, és mindketten 1/2 valószínűséggel nyernek az egyes játékoknál.)
10. Adjuk meg annak a valószínűségi változónak az eloszlását, ami egy hatgyermekes családban a fiúk számát adja meg. Tegyük fel, hogy mindig $\frac{1}{2}$-$\frac{1}{2}$ a fiúk, ill. a lányok születési valószínűsége, és az egyes születések függetlenek egymástól. (Vagyis adjuk meg a fiúk számának lehetséges értékeit és azt, hogy melyik érték mennyi valószínűségel adódik.)
11. (beadható március 5-ig) Egy urnában K fehér és M fekete golyó van. Visszatevés nélkül kihúztunk n golyót, s ebből k lett fehér és $n-k$ fekete. Mennyi a valószínűsége, hogy elsőre fehér golyót húztunk?
12. (beadható március 5-ig) Aladár és Béla pingpongoznak. Minden labdamenetet, egymástól függetlenül, 1/3 valószínűséggel Aladár, 2/3 valószínűséggel Béla nyer meg. A jelenlegi állás 20:19 Béla javára. Mennyi annak a valószínűsége, hogy a meccset mégis Aladár nyeri meg? (Az nyer, akinek sikerül legalább két pontos előny mellett legalább 21 pontot szerezni.)

Valószínűségszámítás és statisztika **1. feladatsor** 2013. február 11.

1. Mennyi a valószínűsége, hogy egy véletlenszerűen egyenletesen választott, 0 és 999999 közötti egész szám jegyei mind különbözőek? Mennyi a valószínűsége, hogy van hatos a számjegyei között?
2. *a)* Hányféleképpen lehet 8 bástyát letenni egy sakktáblára úgy, hogy ne üssék egymást? *b)* Véletlenszerűen elhelyezünk 8 bástyát egy sakktábla 8 különböző mezőjére. Mennyi a valószínűsége, hogy semelyik kettő nem üti egymást?
3. Két pénzérmével dobunk, majd még annyi érmével, ahány fejet az első két érmével kaptunk. Mik az eseménytér elemei? Ha az érmék szabályosak, mennyi a valószínűsége, hogy összesen egy fejet kapunk?
4. Egy osztályba 33-an járnak. Közülük 15-en tanulnak angolul, 13-an németül, 9-en franciául. 8-an tanulnak németül és angolul is, 4-en angolul és franciául, 3-an franciául és németül is. Senki nem tanulja mindhárom nyelvet egyszerre. Mennyi a valószínűsége, hogy egy véletlenszerén egyenletesen kiválasztott diák legalább az egyik nyelvet tanulja a három közül?
5. (beadható február 22-ig) Öt ember leteszi a kabátját a ruhatárba, majd az előadás után mindenki felkap egyet az ottlévő kabátok közül. Mennyi a valószínűsége, hogy legalább egy ember a saját kabátját viszi haza?
6. Egy magyarkártya-csomagból visszatevés nélkül húzunk 3 lapot. Mennyi a valószínűsége, hogy *a)* pontosan egy piros lapot húzunk; *b)* legalább egy piros színű lapot húzunk; *c)* pontosan két piros lapot húzunk. Mi a helyzet, ha a kihúzott lapot minden húzás után visszatesszük?
7. Lottósorsolásnál (90 számból ötöt húznak visszatevés nélkül) mennyi a valószínűsége, hogy *a)* pontosan *b)* legalább három talalátunk lesz?
8. Lottósorsolásnál a jokernél 0-9-ig számozott golyók közül húznak hetet visszatevéssel. Mennyi a valószínűsége, hogy *a)* pontosan *b)* legalább háromszor szerepel a hatos?
9. **Mintavétel:** Adott N különböző termék, közülük M selejtes. n elemű mintát veszünk *a)* visszatevés nélkül; *b)* visszatevéssel. Mennyi a valószínűsége, hogy az n termékből pontosan k selejtes?

Valószínűségszámítás és statisztika **1. feladatsor** 2013. február 11.

1. Mennyi a valószínűsége, hogy egy véletlenszerűen egyenletesen választott, 0 és 999999 közötti egész szám jegyei mind különbözőek? Mennyi a valószínűsége, hogy van hatos a számjegyei között?
2. *a)* Hányféleképpen lehet 8 bástyát letenni egy sakktáblára úgy, hogy ne üssék egymást? *b)* Véletlenszerűen elhelyezünk 8 bástyát egy sakktábla 8 különböző mezőjére. Mennyi a valószínűsége, hogy semelyik kettő nem üti egymást?
3. Két pénzérmével dobunk, majd még annyi érmével, ahány fejet az első két érmével kaptunk. Mik az eseménytér elemei? Ha az érmék szabályosak, mennyi a valószínűsége, hogy összesen egy fejet kapunk?
4. Egy osztályba 33-an járnak. Közülük 15-en tanulnak angolul, 13-an németül, 9-en franciául. 8-an tanulnak németül és angolul is, 4-en angolul és franciául, 3-an franciául és németül is. Senki nem tanulja mindhárom nyelvet egyszerre. Mennyi a valószínűsége, hogy egy véletlenszerén egyenletesen kiválasztott diák legalább az egyik nyelvet tanulja a három közül?
5. (beadható február 22-ig) Öt ember leteszi a kabátját a ruhatárba, majd az előadás után mindenki felkap egyet az ottlévő kabátok közül. Mennyi a valószínűsége, hogy legalább egy ember a saját kabátját viszi haza?
6. Egy magyarkártya-csomagból visszatevés nélkül húzunk 3 lapot. Mennyi a valószínűsége, hogy *a)* pontosan egy piros lapot húzunk; *b)* legalább egy piros színű lapot húzunk; *c)* pontosan két piros lapot húzunk. Mi a helyzet, ha a kihúzott lapot minden húzás után visszatesszük?
7. Lottósorsolásnál (90 számból ötöt húznak visszatevés nélkül) mennyi a valószínűsége, hogy *a)* pontosan *b)* legalább három talalátunk lesz?
8. Lottósorsolásnál a jokernél 0-9-ig számozott golyók közül húznak hetet visszatevéssel. Mennyi a valószínűsége, hogy *a)* pontosan *b)* legalább háromszor szerepel a hatos?
9. **Mintavétel:** Adott N különböző termék, közülük M selejtes. n elemű mintát veszünk *a)* visszatevés nélkül; *b)* visszatevéssel. Mennyi a valószínűsége, hogy az n termékből pontosan k selejtes?