Valószínűségszámítás **10. feladatsor** 2011. november 29–december 1.

1. Legyen X exponenciális eloszlású λ paraméterrel, Y pedig tőle független, egyenletes eloszlású a $[0,1]$ intervallumon. Adjuk meg $X+Y$ sűrűségfüggvényét.
2. Jelölje X_i az i. kockadobás eredményét. Mihez konvergál $\frac{X_1^2+\ldots+X_n^2}{n}$ sztochasztikusan, ha $n\to\infty$?
3. Legyen X_n Gamma(n,λ) eloszlású. Mihez konvergál X_n/n eloszlásban (gyengén), ha $n\to\infty$?
4. Mutassuk meg, hogy ha $X_n\to c$ eloszlásban (gyengén) $n\to\infty$ esetén, ahol $c\in\mathbb{R}$, akkor a konvergencia sztochasztikus értelemben is teljesül.
5. Tegyük fel, hogy $E(X)=20$ és $D^2(X)=20$. Mit mondhatunk a $P(0<X<40)$ valószínűségről?
6. Legyen X egyenletes eloszlású a $[-1,1]$ intervallumon. Adjuk meg 2^X sűrűségfüggvényét és várható értékét.
7. (beadható december 15-ig) Tegyük fel, hogy $E(2^X)=4$. Bizonyítsuk be, hogy $P(X>3)\le 1/2$.
8. Legyen X Gamma(n,λ) eloszlású. Mutassuk meg, hogy $P(X<2n)\ge\frac{n-1}{n}$.

Valószínűségszámítás **10. feladatsor** 2011. november 29–december 1.

1. Legyen X exponenciális eloszlású λ paraméterrel, Y pedig tőle független, egyenletes eloszlású a $[0,1]$ intervallumon. Adjuk meg $X+Y$ sűrűségfüggvényét.
2. Jelölje X_i az i. kockadobás eredményét. Mihez konvergál $\frac{X_1^2+\ldots+X_n^2}{n}$ sztochasztikusan, ha $n\to\infty$?
3. Legyen X_n Gamma(n,λ) eloszlású. Mihez konvergál X_n/n eloszlásban (gyengén), ha $n\to\infty$?
4. Mutassuk meg, hogy ha $X_n\to c$ eloszlásban (gyengén) $n\to\infty$ esetén, ahol $c\in\mathbb{R}$, akkor a konvergencia sztochasztikus értelemben is teljesül.
5. Tegyük fel, hogy $E(X)=20$ és $D^2(X)=20$. Mit mondhatunk a $P(0<X<40)$ valószínűségről?
6. Legyen X egyenletes eloszlású a $[-1,1]$ intervallumon. Adjuk meg 2^X sűrűségfüggvényét és várható értékét.
7. (beadható december 15-ig) Tegyük fel, hogy $E(2^X)=4$. Bizonyítsuk be, hogy $P(X>3)\le 1/2$.
8. Legyen X Gamma(n,λ) eloszlású. Mutassuk meg, hogy $P(X<2n)\ge\frac{n-1}{n}$.

Valószínűségszámítás **10. feladatsor** 2011. november 29–december 1.

1. Legyen X exponenciális eloszlású λ paraméterrel, Y pedig tőle független, egyenletes eloszlású a $[0,1]$ intervallumon. Adjuk meg $X+Y$ sűrűségfüggvényét.
2. Jelölje X_i az i. kockadobás eredményét. Mihez konvergál $\frac{X_1^2+\ldots+X_n^2}{n}$ sztochasztikusan, ha $n\to\infty$?
3. Legyen X_n Gamma(n,λ) eloszlású. Mihez konvergál X_n/n eloszlásban (gyengén), ha $n\to\infty$?
4. Mutassuk meg, hogy ha $X_n\to c$ eloszlásban (gyengén) $n\to\infty$ esetén, ahol $c\in\mathbb{R}$, akkor a konvergencia sztochasztikus értelemben is teljesül.
5. Tegyük fel, hogy $E(X)=20$ és $D^2(X)=20$. Mit mondhatunk a $P(0<X<40)$ valószínűségről?
6. Legyen X egyenletes eloszlású a $[-1,1]$ intervallumon. Adjuk meg 2^X sűrűségfüggvényét és várható értékét.
7. (beadható december 15-ig) Tegyük fel, hogy $E(2^X)=4$. Bizonyítsuk be, hogy $P(X>3)\le 1/2$.
8. Legyen X Gamma(n,λ) eloszlású. Mutassuk meg, hogy $P(X<2n)\ge\frac{n-1}{n}$.

1. Ha a diplomások fizetésének eloszlása (ezer Ft-ban) $Z+100$, ahol Z exponenciális eloszlású (1/100 paraméterrel), a többi dolgozóé pedig $Y+50$, ahol Y exponenciális eloszlású (1/50 paraméterrel) és a cégnél a dolgozók 60%-a diplomás, akkor mennyi egy véletlenszerűen kiválasztott dolgozó fizetésének várható értéke?

2. Egy egyszerű csapadék-modell lehet a következő: annak az esélye, hogy egy adott napon nem lesz csapadék, $0,6$. Ha van csapadék, akkor a mennyisége exponenciális eloszlású, $\lambda = 2$ paraméterrel. Mennyi a napi csapadékmennyiség várható értéke és szórása?

3. Legyen X egyenletes eloszlású *a)* az egységnégyzeten; *b)* az $\{(x, y) : 0 < x < y < 1\}$ tartományban. Adjuk meg a peremeloszlások várható értékét.

4. Véletlenszerűen választunk egy szót az alábbi mondatból: EGY TEVE LEGEL A KERTBEN. A feladatunk az, hogy kitaláljuk a szó hosszát úgy, hogy a tényleges és a tippelt szóhossz közötti eltérés négyzetének várható értéke minimális legyen. Hogyan tippelünk, ha valaki megsúgta a szóban szereplő „e”-betűk számát, de ennek csak lineáris függvényét használhatjuk?

5. Legyen X a hatosok száma 6 kockadobásból, Y pedig $X + Z$, ahol Z további 6 kockadobásból a hatosok száma. Mi lesz Y legkisebb négyzetes közelítése X segítségével?

6. Legyen X 4 szabályos érmével dobott fejek száma, Y pedig *a)* 4 másik érmén a fejek száma; *b)* a 4 eredeti érmén az írások száma; *c)* a 4 eredeti érmén a fejek száma. Adjuk meg $X + Y$ eloszlását minden egyes esetre.

7. Mennyi garanciát adjunk, hogy termékeink legfeljebb 10%-át kelljen garanciaidőn belül javítani, ha a készülék élettartama 10 év várható értékű és 2 év szórású normális eloszlással közelíthető?

8. Tegyük fel, hogy egy tábla csokoládé tömege normális eloszlású 100 g várható értékkel és 3 g szórással, valamint, hogy az egyes táblák tömege egymástól független. Legalább hány csokoládét csomagoljunk egy dobozba, hogy a dobozban levő táblák átlagos tömege legalább 0,9 valószínűséggel nagyobb legyen 99,5 g-nál?

9. Legalább hány embert kell megkérdeznünk egy közvéleménykutatásnál, ha azt szeretnénk, hogy ez alapján egy párt támogatottságát legalább 0,98 valószínűséggel 0,05-nél kisebb hibával becsüljük meg?

10. Legyen X és Y független, azonos exponenciális eloszlású. Számoljuk ki az összegük sűrűségfüggvényét.

11. Becsüljük meg annak valószínűségét, hogy 1000 érmedobásból több, mint 600 fej jön ki (Markov– és Csebisev-egyenlőtlenséggel). Adjunk becslést annak felhasználásával is, hogy $P(X > 600) = P((3/2)X > (3/2)600)$!

12. Egy játékteremben elõször a rulettkereket kell megforgatnunk. Ezután a kijött számot mondjuk be a játékautomatába, mely a számnak megfelelő paraméterű Poisson-eloszlású forintot ad nekünk. Várhatóan hány forintot nyerünk?

13. (beadható december 1-ig) Legyen X egyenletes eloszlású a $[-1, 1]$ intervallumon. Adjuk meg $|X - 0,6|$ szórásnégyzetét.

Valószínűségszámítás **8. feladatsor** 2011. november 15–17.

1. Legyen X standard normális eloszlású. Adjuk meg $Y = X^2$ várható értékét.
2. Legyen az (X, Y) együttes sűrűségfüggvénye $12x(2 - x - y)/5$ az egységnégyzeten. Adjuk meg a peremeloszlásokat és az X feltételes sűrűségfüggvényét $Y = y$-re vonatkozóan.
3. n vendéget hívtunk, akik egymástól függetlenül 5 és 6 óra között egyenletes eloszlás szerint érkeznek. Ha valaki megjön, azonnal csönget. A csöngetés után t idővel nyitunk ajtót. Mennyi a valószínűsége, hogy ekkor már mindenkit be tudunk engedni?
4. (beadható feladat november 25-ig) Csomagot várunk. A csomag $0,6$ valószínűséggel ma, $0,4$ valószínűséggel holnap érkezik. A kiszállítás időpontja 10 és 14 óra között egyenletes eloszlású valószínűségi változó. *a)* Dél van, és még nem jött csomag. Mennyi a valószínűsége, hogy még ma megkapjuk? *b)* Adott $10 \leq t \leq 14$ mellett mennyi a valószínűsége, hogy holnap érkezik a csomag, ha a mai nap t időpontjáig nem érkezett meg?

Valószínűségszámítás **8. feladatsor** 2011. november 15–17.

1. Legyen X standard normális eloszlású. Adjuk meg $Y = X^2$ várható értékét.
2. Legyen az (X, Y) együttes sűrűségfüggvénye $12x(2 - x - y)/5$ az egységnégyzeten. Adjuk meg a peremeloszlásokat és az X feltételes sűrűségfüggvényét $Y = y$-re vonatkozóan.
3. n vendéget hívtunk, akik egymástól függetlenül 5 és 6 óra között egyenletes eloszlás szerint érkeznek. Ha valaki megjön, azonnal csönget. A csöngetés után t idővel nyitunk ajtót. Mennyi a valószínűsége, hogy ekkor már mindenkit be tudunk engedni?
4. (beadható feladat november 25-ig) Csomagot várunk. A csomag $0,6$ valószínűséggel ma, $0,4$ valószínűséggel holnap érkezik. A kiszállítás időpontja 10 és 14 óra között egyenletes eloszlású valószínűségi változó. *a)* Dél van, és még nem jött csomag. Mennyi a valószínűsége, hogy még ma megkapjuk? *b)* Adott $10 \leq t \leq 14$ mellett mennyi a valószínűsége, hogy holnap érkezik a csomag, ha a mai nap t időpontjáig nem érkezett meg?

Valószínűségszámítás **8. feladatsor** 2011. november 15–17.

1. Legyen X standard normális eloszlású. Adjuk meg $Y = X^2$ várható értékét.
2. Legyen az (X, Y) együttes sűrűségfüggvénye $12x(2 - x - y)/5$ az egységnégyzeten. Adjuk meg a peremeloszlásokat és az X feltételes sűrűségfüggvényét $Y = y$-re vonatkozóan.
3. n vendéget hívtunk, akik egymástól függetlenül 5 és 6 óra között egyenletes eloszlás szerint érkeznek. Ha valaki megjön, azonnal csönget. A csöngetés után t idővel nyitunk ajtót. Mennyi a valószínűsége, hogy ekkor már mindenkit be tudunk engedni?
4. (beadható feladat november 25-ig) Csomagot várunk. A csomag $0,6$ valószínűséggel ma, $0,4$ valószínűséggel holnap érkezik. A kiszállítás időpontja 10 és 14 óra között egyenletes eloszlású valószínűségi változó. *a)* Dél van, és még nem jött csomag. Mennyi a valószínűsége, hogy még ma megkapjuk? *b)* Adott $10 \leq t \leq 14$ mellett mennyi a valószínűsége, hogy holnap érkezik a csomag, ha a mai nap t időpontjáig nem érkezett meg?

Valószínűségszámítás **7. feladatsor** 2011. november 8–10.

1. Legyen X standard normális eloszlású. Adjuk meg $Y = X^2$ sűrűségfüggvényét. Mennyi $P(Y < 1)$?
2. Legyen X exponenciális eloszlású $\lambda = 1$ paraméterrel. Adjuk meg $1 - e^{-X}$ sűrűségfüggvényét.
3. Legyen F szigorúan monoton eloszlásfüggvény. Mutassuk meg, hogy ha X egyenletes eloszlású a $[0, 1]$ intervallumon, akkor az $F^{-1}(X)$ valószínűségi változó eloszlásfüggvénye éppen F.
4. Ha a diplomások fizetésének eloszlása (ezer Ft-ban) Z+100, ahol Z exponenciális eloszlású (1/100 paraméterrel), a többi dolgozóé pedig Y+50, ahol Y exponenciális eloszlású (1/50 paraméterrel) és a cégnél a dolgozók 60%-a diplomás, akkor milyen eloszlású egy véletlenszerűen kiválasztott dolgozó fizetése?
5. Egy egyszerű csapadék-modell lehet a következő: annak az esélye, hogy egy adott napon nem lesz csapadék, $0,6$. Ha van csapadék, akkor a mennyisége exponenciális eloszlású, $\lambda = 2$ paraméterrel. Adjuk meg a csapadékmennyiség eloszlásfüggvényét. Mennyi a valószínűsége, hogy legalább 1 mm csapadék lesz? Abszolút folytonos-e az eloszlás?
6. Legyen X egyenletes eloszlású *a)* az egységnégyzeten; *b)* az $\{(x, y) : 0 < x < y < 1\}$ tartományban. Adjuk meg X, valamint a peremeloszlások eloszlás– és sűrűségfüggvényét.
7. Legyen X, Y független exponenciális eloszlású λ paraméterrel. Adjuk meg a $\min(X, Y)$ valószínűségi változó eloszlását. Általánosítsuk a feladatot n változó esetére.
8. Legyen X egyenletes eloszlású a $[-1, 1]$ intervallumon. Adjuk meg $|X - 0,4|$ sűrűségfüggvényét.
9. Legyen az (X, Y) sűrűségfüggvénye valamely c valós számmal $f(x, y) = cxe^{-y}$, ha $0 < x < 2, y > 0$ és 0 különben. *a)* Határozzuk meg (X, Y) eloszlásfüggvényét! *b)* Adjuk meg X eloszlását.

Valószínűségszámítás **7. feladatsor** 2011. november 8–10.

1. Legyen X standard normális eloszlású. Adjuk meg $Y = X^2$ sűrűségfüggvényét. Mennyi $P(Y < 1)$?
2. Legyen X exponenciális eloszlású $\lambda = 1$ paraméterrel. Adjuk meg $1 - e^{-X}$ sűrűségfüggvényét.
3. Legyen F szigorúan monoton eloszlásfüggvény. Mutassuk meg, hogy ha X egyenletes eloszlású a $[0, 1]$ intervallumon, akkor az $F^{-1}(X)$ valószínűségi változó eloszlásfüggvénye éppen F.
4. Ha a diplomások fizetésének eloszlása (ezer Ft-ban) Z+100, ahol Z exponenciális eloszlású (1/100 paraméterrel), a többi dolgozóé pedig Y+50, ahol Y exponenciális eloszlású (1/50 paraméterrel) és a cégnél a dolgozók 60%-a diplomás, akkor milyen eloszlású egy véletlenszerűen kiválasztott dolgozó fizetése?
5. Egy egyszerű csapadék-modell lehet a következő: annak az esélye, hogy egy adott napon nem lesz csapadék, $0,6$. Ha van csapadék, akkor a mennyisége exponenciális eloszlású, $\lambda = 2$ paraméterrel. Adjuk meg a csapadékmennyiség eloszlásfüggvényét. Mennyi a valószínűsége, hogy legalább 1 mm csapadék lesz? Abszolút folytonos-e az eloszlás?
6. Legyen X egyenletes eloszlású *a)* az egységnégyzeten; *b)* az $\{(x, y) : 0 < x < y < 1\}$ tartományban. Adjuk meg X, valamint a peremeloszlások eloszlás– és sűrűségfüggvényét.
7. Legyen X, Y független exponenciális eloszlású λ paraméterrel. Adjuk meg a $\min(X, Y)$ valószínűségi változó eloszlását. Általánosítsuk a feladatot n változó esetére.
8. Legyen X egyenletes eloszlású a $[-1, 1]$ intervallumon. Adjuk meg $|X - 0,4|$ sűrűségfüggvényét.
9. Legyen az (X, Y) sűrűségfüggvénye valamely c valós számmal $f(x, y) = cxe^{-y}$, ha $0 < x < 2, y > 0$ és 0 különben. *a)* Határozzuk meg (X, Y) eloszlásfüggvényét! *b)* Adjuk meg X eloszlását.

1. Ötször dobunk egy dobókockával, X a dobott hatosok száma. Mennyi $D^2(X)$?
2. Adjuk meg az $\{1, 2, \ldots, N\}$ számokon egyenletes eloszlás szórásnégyzetét.
3. Legyenek X és Y független, azonos eloszlású, véges szórású valószínűségi változók. Mennyi $R(X, aX + bY)$?
4. Legyen n szabályos kockadobásból X az egyesek, Y a kettesek száma. Számítsuk ki X és Y korrelációs együtthatóját.
5. Egy szabályos dobókockát kétszer feldobunk. Legyen X a dobások összege, Y a különbségük. Számítsuk ki $\mathrm{cov}(X, Y)$-t! Független-e X és Y?
6. Számítsuk ki a hipergeometrikus és a Poisson-eloszlás szórásnégyzetét!
7. Véletlenszerűen választunk egy pontot az $\left\{x^2 + y^2 < 1\right\}$ nyílt körlemezben. Jelölje Z a kiválasztott pont origótól mért távolságát. Adjuk meg Z eloszlás– és sűrűségfüggvényét!
8. Legyen X sűrűségfüggvénye c/x^4, ha $1 < x$, és 0 különben. Mennyi c?
9. Legyen F folytonos eloszlásfüggvény és $F(0) = 0$. Mutassuk meg, hogy $G(x) = F(x) - F(1/x)$ $(x \geq 1)$, $G(x) = 0$ $(x < 1)$ is eloszlásfüggvény!
10. Az X valószínűségi változó F eloszlásfüggvénye folytonos és szigorúan monoton. Mi $F(X)$ eloszlása?
11. Milyen a és b értékekre lesz eloszlásfüggvény $x \mapsto \exp\left(-be^{-ax}\right)$?
12. (beadható feladat november 10-ig) Egy cukrászdában a naponta fagylaltozók száma, X, 200 paraméterű Poisson-eloszlású. Mindenki a többiektől függetlenül 1/4 valószínűséggel kér kis adagot, különben nagyot. A kis adag ára 100 forint, a nagyé 200. Számítsuk ki X-nek és napi bevételnek a korrelációs együtthatóját.

1. Dobjunk egy érmével annyiszor, amennyit egy szabályos dobókockával dobtunk. Jelölje X a fejek számát. Mennyi X várható értéke?

2. Jelölje X az ötöslottón *a)* a húzott páros számok számát; *b)* a legkisebb kihúzott számot. Adjuk meg X várható értékét!

3. Két kockával dobunk. Egy dobás sikeres, ha van hatos a dobott számok között. Mennyi a sikeres dobások számának várható értéke n dobásból?

4. Egy ember zsebében lévő 5, 10, 20, 50, 100 és 200 forintos érmék száma egymástól független λ paraméterű Poisson-eloszlású valószínűségi változó. Határozzuk meg az összes aprópénz értékének várható értékét.

5. Legyen X λ paraméterű Poisson-eloszlású valószínűségi változó. Határozzuk meg $\frac{1}{X+1}$ várható értékét.

6. Húzzunk egy franciakártya-csomagból két lapot visszatevés nélkül. Jelölje X a kőrök, Y az ászok számát. Adjuk meg X és Y együttes eloszlását.

7. Szabálytalan érmével dobunk, a fej valószínűsége p. Jelölje X az első, Y a második azonos dobásokból álló sorozat hosszát. Adjuk meg X és Y együttes eloszlását és a várható értéküket.

8. 40 millió lottószelvényt töltenek ki *a)* egymástól függetlenül; *b)* ügyelve arra, hogy mind különböző legyen. Adjuk meg az öttalálatos szelvények számának várható értékét az egyes esetekben.

9. Tegyük fel, hogy egy adott területen és időszakban a hurrikánok száma Poisson-folyamattal modellezhető. Egy hétre vonatkozóan a hurrikánok várható száma egy. Mennyi a valószínűsége, hogy négy hét alatt legfeljebb két hurrikán lesz? Ha az egyes hurrikánok ereje $p = 1/5$ valószínűséggel haladja meg a kettes fokozatot, akkor várhatóan hány ilyen hurrikán lesz egy hónap alatt?

10. Egy tízemeletes ház földszintjén 15 ember száll be a liftbe. Mindenki a többiektől függetlenül 1/10 eséllyel száll ki az egyes emeleteken. Mennyi a megállások számának várható értéke?

11. Öt házaspár tagjai véletlenszerűen leülnek egy kerek asztalhoz. Mennyi az egymás mellé kerülő párok számának várható értéke?

12. (beadható feladat október 27-ig) Egy érmével addig dobunk, amíg a FFIF sorozat meg nem jelenik. Mennyi az ehhez szükséges dobások számának várható értéke?

1. Célbalövéskor háromszor próbálkozhatunk. Az első lövésnél 60 %, a másodiknál 70 %, a harmadiknál 80 % eséllyel találjuk el a célt, az egyes lövéseknél egymástól függetlenül. Mennyi a valószínűsége, hogy
   a) egyszer sem találjuk el a célt?
   b) csak a harmadik lövésnél találunk célba?
   c) egyszer sem találjuk el a célt, feltéve, hogy az első lövést elhibáztuk?

2. Egy barátunk a nap 2/3 részét egy kocsmában tölti. A faluban öt kocsma van, mindegyikben azonos valószínűséggel tartózkodik. Elindulunk, hogy megkeressük. Négy kocsmát végigjártunk, ott nem találtuk. Mennyi a valószínűsége, hogy az ötödikben ott lesz? Feltételezzük, hogy a keresés közben nem kerüljük el egymást.

3. Három egyformán erős teniszjátékos, A, B és C játszik mérkőzéseket. A és B kezd, a győztes játszik C-vel, és így tovább, mindaddig, amíg valaki kétszer egymás után győzni tud, és megnyeri a játékot. Mindegyik mérkőzésen minden játékos 1/2 valószínűséggel nyer, a többitől függetlenül. Mennyi a valószínűsége, hogy A, B illetve C nyeri a meccset?

4. Vándorlásai közben Odüsszeusz hármas útelágazáshoz ér. Az egyik út Athénbe, a másik Mükénébe, a harmadik Spártába vezet. Az athéniak minden harmadik alkalommal, a mükénéiek minden második alkalommal mondanak igazat. A spártaiak mindig. Odüsszeusz találomra, minden utat egyforma valószínűséggel választva elindul az egyik úton. A városba érve megkérdezi valakitől, hogy mennyi kétszer kettő. Erre azt a választ kapja, hogy négy. Mennyi a valószínűsége, hogy Odüsszeusz Athénba jutott?

5. Jelölje X a négynél nagyobb dobások számát nyolc kockadobásból. Adjuk meg X eloszlását!

6. Egy forgalmas útszakaszon azt figyelik, hogy öt perc alatt hány autó lépi át a megengedett sebességhatárt. A tapasztalatok alapján feltételezzük, hogy annak valószínűsége, hogy van ilyen autó, ugyanannyi, mint annak, hogy nincs. Mennyi a valószínűsége, hogy pontosan három autó lépi át a megengedett sebességhatárt öt perc alatt?

7. Egy bányász a bánya egyik termében rekedt, ahonnan három út nyílik. Az első egy három perces út végén a szabadba vezet. A második út öt, a harmadik hét percnyi séta után visszatér ugyanebbe a terembe. A bányász minden alkalommal a többi választástól függetlenül egyenlő valószínűséggel választ egyet az utak közül. Legyen X a szabadba jutáshoz szükséges idő. Mennyi X várható értéke?

8. Szabálytalan érmével dobunk, a fej valószínűsége p. Jelölje X az első, Y a második azonos dobásokból álló sorozat hosszát. Adjuk meg X és Y várható értékét.

1. 100 érme közül az egyik hamis, ennek mindkét oldalán fej van. Egy érmét véletlenszerűen, egyenletesen kiválasztva és azzal tízszer dobva tíz fejet kaptak. Ezzel a feltétellel mennyi a valószínűsége, hogy a hamis érmével dobtak?

2. Egy diák a vizsgán p valószínűséggel tudja a helyes választ. Amennyiben nem tudja, akkor tippel (1/3 az esélye a helyes találatra). Helyesen válaszolt. Mennyi a valószínűsége, hogy tudta is a helyes választ?

3. Milyen n-re lesz független az alábbi két esemény, ha az érme szabályos?
a) A: n érmedobásból van fej és írás is; B: az n érmedobásból legfeljebb egy írás van.
b) A: n érmedobásból van fej és írás is; B: az n érmedobásból az első dobás fej.

4. Adjunk példát három olyan eseményre, melyek páronként függetlenek, de nem teljesen függetlenek.

5. 41 millió lottószelvényt töltenek ki egymástól függetlenül. Mennyi a valószínűsége, hogy lesz legalább egy ötös találat? Lottósorsolásnál 90 szám közül húznak ötöt visszatevés nélkül.

6. Két kockadobásból az első eredményét jelöljük X-szel, a másodikét Y-nal. A következő eseményeket vizsgáljuk:
A1: 2 osztója X-nek, 3 Y-nak. A2: 2 osztója Y-nak, 3 X-nek. A3: Y osztója X-nek.
A4: X osztója Y-nak. A5: 2 osztója $X+Y$-nak. A6: 3 osztója $X+Y$-nak.
Melyek lesznek közülük függetlenek?

7. Két érmével dobunk, majd még annyi érmével, ahány fejet az első két dobásnál kaptunk. Jelölje X az összesen kapott fejek számát. Adjuk meg X eloszlását!

8. Egy szabálytalan érmével dobunk, p a fej valószínűsége. Jelölje X az első, azonosakból álló sorozat hosszát, Y pedig a második azonosakból álló sorozat hosszát. Adjuk meg X és Y eloszlását is.

9. Egy sportlövő minden lövésnél a többitől függetlenül p valószínűséggel talál el egy léggömböt. *a)* Az első *b)* Az ötödik találatig lő. Mi lövései számának eloszlása?

10. Egy tízemeletes ház földszintjén 15 ember száll be a liftbe. Mindenki a többiektől függetlenül 1/10 eséllyel száll ki az egyes emeleteken. Mennyi a valószínűsége, hogy minden emeleten megáll a lift?

11. Egy állásra n pályázó közül szeretnénk a legjobbat kiválasztani. A pályázók sorban bemutatkoznak, és a feltétel az, hogy rögtön kell döntenünk. Ha az a stratégiánk, hogy az első k pályázót biztosan nem alkalmazzuk, majd ezután az első olyat kiválasztjuk, aki minden előzőnél jobb, akkor mennyi a valószínűszínűsége, hogy a legjobb pályázót vesszük fel?

12. Igazak-e az alábbi állítások?
a) Ha X valószínűségi változó, akkor X^2 is az.
b) Ha X^2 valószínűségi változó, akkor X is az.
c) Ha X^2 valószínűségi változó, akkor $|X|$ is az.

13. (beadható) Ákos feldob egy érmét ötvenszer, Bálint ötvenegyszer. Mennyi a valószínűsége, hogy Bálint több fejet dob?

1. Mennyi a valószínűsége, hogy két (n) kockadobás maximuma 5?
2. Hány kockadobásnál a legnagyobb a valószínűsége annak, hogy pontosan egy hatost dobunk?
3. Ha visszatevéssel húzunk n-szer abból a sokaságból, ahol a selejtarány p, akkor mely selejtszám lesz a legvalószínűbb?
4. Melyik a valószínűbb: 4 kockadobásból legalább egy hatos, vagy 24 dupla kockadobásból legalább egy dupla hatos?
5. Osztozkodási probléma: hogyan osztozzon a téten két játékos, ha 2:1 állásnál félbeszakadt négy győzelemig tartó mérkőzésük? Az egyes játékok egymástól függetlenek, a nyerési esély mindegyikben 50-50 %.
6. Egy hangya a számegyenesen bolyong. Nullából indul és minden lépésnél egyforma valószínűséggel lép jobbra és balra. Mennyi a valószínűsége, hogy $2n$ lépés után a nullában (k-ban) lesz?
7. Egy kisfiú Kinder-figurákat gyűjt. Tízféle Kinder-figura van.

   a) Mennyi a valószínűsége, hogy a 20. Kinder-tojásnál gyűlik össze mind a tízféle?

   b) Mennyi a valószínűsége, hogy pontosan a 20. Kinder-tojásnál gyűlik össze kilenc különböző?
8. Kettétörünk egy 1 m hosszú botot. Jelölje X a nagyobb rész hosszát és Y a rövidebbét. Mennyi $\mathbb{P}(X < x)$ és $\mathbb{P}(Y < x)$?
9. Mennyi a valószínűsége, hogy egy körben találomra választott húr hossza nagyobb, mint a körbe írt szabályos háromszög oldala?
10. Egy egységnyi hosszúságú szakaszt két találomra választott pontjával három részre osztunk. Mennyi a valószínűsége, hogy a keletkezett szakaszokból szerkeszthető háromszög?
11. Két szabályos dobókockával dobunk. Mennyi a valószínűsége, hogy mindkét dobás hatos, feltéve, hogy legalább az egyik dobás hatos?
12. Két doboz közül az elsőben k fehér és m piros golyó van, a másodikban m fehér és k piros. Visszatevéssel húzunk az alábbi szabály szerint: ha a kihúzott golyó fehér, akkor a következő húzásnál az első dobozból, ha piros, akkor a második dobozból húzunk. Először az első dobozból húzunk. Mennyi a valószínűsége, hogy az n. húzásnál fehér golyót húzunk? Mihez tart ez a valószínűség, ha $n \to \infty$?
13. Egy játékos annyiszor lőhet egy léggömbre, ahány hatost dobott egymás után egy dobókockával. Például ha elsőre hatost, másodikra kettest dob, akkor egyszer lőhet. Mennyi a valószínűsége, hogy szétlövi a léggömböt, ha minden lövésnél 1/1000 valószínűséggel talál?
14. (beadható) 18 óvódás születésnapra érkezett, mindenki leteszi a kesztyűjét az előszobában. Hazamenéskor mindenki felvesz egy jobb és egy balkezes kesztyűt, nem feltétlenül egy párhoz tartozókat. Mennyi a valószínűsége, hogy senki nem vette fel egyik saját kesztyűjét sem?

1. Mennyi a valószínűsége, hogy egy véletlenszerűen kiválasztott hatjegyű szám jegyei mind különbözőek?

2. Egy fiókban 10 egyforma pár kesztyű van. Találomra kiveszünk négy darabot.
   Mennyi a valószínűsége, hogy lesz köztük legalább egy pár?
   Mennyi a valószínűsége, hogy pontosan két párt húzunk ki?
   Mik a válaszok, ha különbözőek a párok?

3. Mennyi annak valószínűsége, hogy egy hatgyermekes családban pontosan három fiú van? Tegyük fel, hogy mindig $\frac{1}{2}$-$\frac{1}{2}$ a fiúk, ill. a lányok születési valószínűsége, és az egyes születések függetlenek egymástól.

4. Feldobunk egy szabályos pénzérmét, ha fejet kapunk, akkor még kétszer dobunk, ha pedig írást, akkor még egyszer.
   a) Mi lesz az eseménytér?
   b) Mennyi annak valószínűsége, hogy 0, 1, 2 illetve 3 fejet dobunk, ha az érme szabályos?

5. Mennyi annak valószínűsége, hogy 3 kockával kétszer dobva a két esetben ugyanazt dobjuk , ha *a)* a kockák megkülönböztethetőek? *b)* a kockák nem különböztethetőek meg?

6. Mennyi a valószínűsége, hogy lottóhúzásnál, amikor 1 és 90 közötti számokból visszatevés nélkül sorsolnak ki ötöt,
   a) a kihúzott számok mindegyike páros?
   b) több a páros, mint a páratlan?
   c) (beadható) a kihúzott számok a húzás sorrendjében növekvőek?

7. n dobozba elhelyezünk n golyót. Mennyi a valószínűsége, hogy nem lesz üres doboz? És annak, hogy pontosan egy üres doboz lesz?

8. Egy dobozban 9 golyó van: 3 piros, 3 fehér, 3 zöld. 6 golyót húzunk *a)* visszatevéssel; *b)* visszatevés nélkül. Mennyi a valószínűsége, hogy mindhárom színből van a kihúzottak között?

9. Lottósorsolásnál 1-90-ig számozott golyók közül húznak ötöt visszatevés nélkül. Mennyi annak valószínűsége, hogy a k. legnagyobb kihúzott szám éppen l-lel egyenlő? $(k = 1, \ldots, 5,\ l = 1, \ldots, 90)$.

10. n szabályos dobókockával dobunk. Mennyi annak valószínűsége, hogy a kapott számok összege osztható hattal?

11. (Beadható) A spanyol labdarúgó-válogatott húszfős keretét edzésen találomra két tízfős csoportba osztják. Mennyi a valószínűsége, hogy Torres és Fabregas egymás ellen játszanak?

12. Egy 32 lapos kártyacsomagból, mely 8 piros lapot tartalmaz, kihúzunk visszatevés nélkül 3 lapot. Mennyi a valószínűsége, hogy legalább két pirosat húzunk?