

1. Mennyi a valószínűsége, hogy egy véletlenszerűen kiválasztott hatjegyű szám jegyei mind különbözőek?
2. Feldobunk egy szabályos pénzérmét, ha fejet kapunk, akkor még kétszer dobunk, ha pedig írást, akkor még egyszer.
  - a) Mi lesz az eseménytér?
  - b) Mennyi annak valószínűsége, hogy 0, 1, 2 illetve 3 fejet dobunk, ha az érme szabályos?
3. Egy fiókban 10 egyforma pár kesztyű van. Találomra kivesszünk négy darabot. Mennyi a valószínűsége, hogy lesz köztük legalább egy pár? Mennyi a valószínűsége, hogy pontosan két párt húzunk ki? Mik a válaszok, ha különbözőek a párok?
4. Mennyi annak valószínűsége, hogy egy hatgyermekes családban pontosan három fiú van? Tegyük fel, hogy minden gyerek  $1/2$  valószínűséggel fiú, és összességében is minden lehetőség egyformán valószínű.
5. Mennyi a valószínűsége, hogy lottóhúzásnál, amikor 1 és 90 közötti számokból visszatevés nélkül sorsolnak ki ötöt,
  - a) a kihúzott számok mindegyike páros?
  - b) több a páros, mint a páratlan?
  - c) a kihúzott számok a húzás sorrendjében növekvőek?
6. A portugál labdarúgó-válogatott húszfős keretét edzésen találomra két tízfős csoportba osztják. A keretben négy csatár van összesen. Mennyi a valószínűsége, hogy mindkét csoportba két csatár kerül?
7. Egy 32 lapos kártyacsomagból, mely 8 piros lapot tartalmaz, kihúzunk visszatevés nélkül 3 lapot. Mennyi a valószínűsége, hogy legalább két pirosat húzunk?
8. Egy dobozban 9 golyó van: 3 piros, 3 fehér, 3 zöld. 6 golyót húzunk visszatevés nélkül. Mennyi a valószínűsége, hogy mindhárom színből van a kihúzottak között? Mennyi a valószínűsége, hogy minden színből két-két golyót húzunk?
9. Lottósorsolásnál 1-90-ig számozott golyók közül húznak ötöt visszatevés nélkül. Mennyi annak valószínűsége, hogy a  $k$ . legnagyobb kihúzott szám éppen  $l$ -lel egyenlő? ( $k = 1, \dots, 5$ ,  $l = 1, \dots, 90$ ).
10.  $n$  szabályos dobókockával dobunk. Mennyi annak valószínűsége, hogy a kapott számok összege osztható hattal?
11.  $n$  dobozba elhelyezünk  $n$  golyót (egy dobozba akárhány golyó kerülhet, és minden lehetőség egyformán valószínű). Mennyi a valószínűsége, hogy nem lesz üres doboz? Mennyi a valószínűsége, hogy pontosan egy üres doboz lesz?
12. Mennyi a valószínűsége, hogy két szabályos kockadobás maximuma 5? Mi a válasz, ha  $n$ -szer dobunk?
13. Hány kockadobásnál a legnagyobb a valószínűsége annak, hogy pontosan egy hatost dobunk?
14. Melyik a valószínűbb: 4 kockadobásból legalább egy hatos, vagy 24 dupla kockadobásból legalább egy dupla hatos?
15. 41 millió lottószelvényt töltenek ki egymástól függetlenül. Mennyi a valószínűsége, hogy lesz legalább egy ötös találat? Lottósorsolásnál 90 szám közül húznak ötöt visszatevés nélkül.
16. Ákos feldob egy érmét ötvenszer, Bálint ötvenegyszer. Mennyi a valószínűsége, hogy Bálint több fejet dob, mint Ákos?

17. Egy állásra  $n$  pályázó közül szeretnék a legjobbat kiválasztani. A pályázók sorban bemutatkoznak, és a feltétel az, hogy rögtön kell döntenünk. Ha az a stratégiánk, hogy az első  $k$  pályázót biztosan nem alkalmazzuk, majd ezután az első olyat kiválasztjuk, aki minden előzőnél jobb, akkor mennyi a valószínűsége, hogy a legjobb pályázót vesszük fel?
18. Osztzkodási probléma: hogyan osztozzon a tétlen két játékos, ha 2:1 állásnál félbeszakadt négy győzelemig tartó mérkőzésük? Az egyes játékok egymástól függetlenek, a nyerési esély mindegyikben 50-50 %.
19. Egy hangya a számegyenesen bolyong. Nullából indul és minden lépésnél egyforma valószínűséggel lép jobbra egyet, illetve balra egyet.
  - (a) Mennyi a valószínűsége, hogy  $2n$  lépés után a nullában ( $k$ -ban) lesz?
  - (b) Mennyi a valószínűsége, hogy az első száz lépés alatt nem ér el a 10-be?
  - (c) Mennyi a valószínűsége, hogy az első  $n$  lépés alatt a hangya által elért számok maximuma éppen  $k$ ?
  - (d) Mennyi a valószínűsége, hogy a hangya sosem ér el sem a 10-be, sem a  $-10$ -be?
20. Egy kisfiú Kinder-figurákat gyűjt. Tízféle Kinder-figura van. Mennyi a valószínűsége, hogy 20 Kinder-tojás felbontása után mind a tíz figurából lesz legalább egy példánya?
21. Egy tízemeletes ház földszintjén 15 ember száll be a liftbe. Mindenki a többiektől függetlenül  $1/10$  eséllyel száll ki az egyes emeleteken. Mennyi a valószínűsége, hogy minden emeleten megáll a lift?
22. (+) 8 óvódás születésnapra érkezett, mindenki leteszi a kesztyűjét az előszobában. Hazamenéskor mindenki felvesz egy jobb és egy balkezes kesztyűt, nem feltétlenül egy párhoz tartozókat. Mennyi a valószínűsége, hogy senki nem vette fel egyik saját kesztyűjét sem?
23. Kettétörünk egy 1 m hosszú botot. Jelölje  $X$  a nagyobb rész hosszát és  $Y$  a rövidebbét. Mennyi  $\mathbb{P}(X < x)$  és  $\mathbb{P}(Y < x)$ ?
24. Egy egységnyi hosszúságú szakaszt két találomra választott pontjával három részre osztunk. Mennyi a valószínűsége, hogy a keletkezett szakaszokból szerkeszthető háromszög?
25. Két szabályos dobókockával dobunk. Mennyi a valószínűsége, hogy mindkét dobás hatos, feltéve, hogy legalább az egyik dobás hatos?
26. (+) Két doboz közül az elsőben  $k$  fehér és  $m$  piros golyó van, a másodikban  $m$  fehér és  $k$  piros. Visszatevéssel húzunk az alábbi szabály szerint: ha a kihúzott golyó fehér, akkor a következő húzásnál az első dobozból, ha piros, akkor a második dobozból húzunk. Először az első dobozból húzunk. Mennyi a valószínűsége, hogy az  $n$ . húzásnál fehér golyót húzunk? Mihez tart ez a valószínűség, ha  $n \rightarrow \infty$ ?
27. Egy játékos annyiszor lőhet egy léggömbre, ahány hatost dobott egymás után egy dobókockával. Például ha elsőre hatost, másodikra kettést dob, akkor egyszer lőhet. Mennyi a valószínűsége, hogy szétlővi a léggömböt, ha minden lövésnél  $1/1000$  valószínűséggel talál?
28. 100 érme közül az egyik hamis, ennek mindkét oldalán fej van. Egy érmét véletlenszerűen, egyenletesen kiválasztva és azzal tízszer dobva tíz fejet kaptak. Ezzel a feltétellel mennyi a valószínűsége, hogy a hamis érmevel dobtak?
29. Egy diák a vizsgán  $p$  valószínűséggel tudja a helyes választ. Amennyiben nem tudja, akkor tippel ( $1/3$  az esélye a helyes találatra). Helyesen válaszolt. Mennyi a valószínűsége, hogy tudta is a helyes választ?
30. Milyen  $n$ -re lesz független az alábbi két esemény, ha az érme szabályos?
  - a)  $A$ :  $n$  érmedobásból van fej és írás is;  $B$ : az  $n$  érmedobásból legfeljebb egy írás van.
  - b)  $A$ :  $n$  érmedobásból van fej és írás is;  $B$ : az  $n$  érmedobásból az első dobás fej.

31. Adjunk példát három olyan eseményre, melyek páronként függetlenek, de nem teljesen függetlenek.
32. Célbalövéskor háromszor próbálkozhatunk. Az első lövésnél 60 %, a másodiknál 70 %, a harmadiknál 80 % eséllyel találjuk el a célt, az egyes lövéseknél egymástól függetlenül. Mennyi a valószínűsége, hogy
- egyszer sem találjuk el a célt?
  - csak a harmadik lövésnél találunk célba?
  - egyszer sem találjuk el a célt, feltéve, hogy az első lövést elhibáztuk?
33. Szabályos dobókockával dobunk kétszer. Feltéve, hogy legalább az egyik dobás hatos, mennyi a valószínűsége, hogy mindkét dobás hatos?
34. 0-ból indulva egyszerű szimmetrikus bolyongást végzünk: minden lépésben a korábbiaktól függetlenül  $1/2$  valószínűséggel az eggyel nagyobb,  $1/2$  valószínűséggel az eggyel kisebb számhoz lépünk.
- Feltéve, hogy hat lépés után a 0-ban vagyunk, mennyi a valószínűsége, hogy jártunk közben a 3-ban?
  - Feltéve, hogy hat lépés után a 2-ben vagyunk, mennyi a valószínűsége, hogy az első lépés +1 volt?
  - Feltéve, hogy hat lépés után a 2-ben vagyunk, mennyi a valószínűsége, hogy 8 lépés után a 2-ben vagyunk?
  - Mennyi a valószínűsége, hogy hamarabb érjük el a 10-et, mint a  $-5$ -öt?
35. Vándorlásai közben Odüsszeusz hármas útelágazáshoz ér. Az egyik út Athénbe, a másik Mükénébe, a harmadik Spártába vezet. Az athéniak minden harmadik alkalommal, a mükénéiek minden második alkalommal mondanak igazat. A spártaiak mindig. Odüsszeusz találmásra, minden utat egyforma valószínűséggel választva elindul az egyik úton. A városba érve megkérdezi valakitől, hogy mennyi kétszer kettő. Mennyi a valószínűsége, hogy azt a választ kapja, hogy 4? Feltéve, hogy a jó választ kapja, mennyi a valószínűsége, hogy Odüsszeusz Athénba jutott?
36. Egy barátunk a nap  $2/3$  részét egy kocsmában tölti. A faluban öt kocsmá van, mindegyikben azonos valószínűséggel tartózkodik. Elindulunk, hogy megkeressük. (a) Mennyi a valószínűsége, hogy az első két kocsmá egyikében sem találjuk? (b) Négy kocsmát végigjártunk, ott nem találtuk. Mennyi a valószínűsége, hogy az ötödikben ott lesz? Feltételezzük, hogy a keresés közben nem kerüljük el egymást.
37. Három egyformán erős teniszjátékos,  $A$ ,  $B$  és  $C$  játszik mérkőzéseket.  $A$  és  $B$  kezd, a győztes játszik  $C$ -vel, és így tovább, mindaddig, amíg valaki kétszer egymás után győzni tud, és megnyeri a játékot. Mindegyik mérkőzésen minden játékos  $1/2$  valószínűséggel nyer, a többitől függetlenül. Mennyi a valószínűsége, hogy  $A$ ,  $B$  illetve  $C$  nyeri a meccset?
38. Anna és Bálint egy szabályos pénzérmét dobálnak. Anna nyer, ha az II sorozat (két írás közvetlenül egymás után) hamarabb jelenik meg, mint az FIF sorozat; különben Bálint a győztes. Mennyi a valószínűsége, hogy Anna nyeri a játékot?
39. Jelölje  $X$  a négyenél nagyobb dobások számát nyolc kockadobásból. Adjuk meg  $X$  eloszlását!
40. Egy biztosító 30 ügyfeléről feltételezzük, hogy egy adott évben mindenki (egymástól függetlenül)  $0,02$  valószínűséggel okoz balesetet. Legyen  $X$  az, hogy 2017-ben a 30 ügyfél közül hányan okoztak balesetet (ez lehet kevesebb, mint az összesen okozott balesetek száma). Mennyi a valószínűsége, hogy  $X = 3$ ? Milyen eloszlású  $X$ ? Mennyi  $X$  várható értéke és szórása?
41. Egy sportlövő minden lövésnél a többitől függetlenül  $p$  valószínűséggel talál el egy léggömböt. a) Az első b) Az ötödik találatig lő. Mi lövései számának eloszlása? Mennyi a lövései számának várható értéke, illetve szórása?

42. Egy forgalmas útszakaszon azt figyelik, hogy öt perc alatt hány autó lépi át a megengedett sebességhatárt. A tapasztalatok alapján feltételezzük, hogy annak valószínűsége, hogy van ilyen autó, ugyanannyi, mint annak, hogy nincs. A gyorsajtók számát Poisson-eloszlásúnak feltételezve mennyi a valószínűsége, hogy pontosan három autó lépi át a megengedett sebességhatárt öt perc alatt?
43. Dobjunk egy érmével annyiszor, amennyit egy szabályos dobókockával dobtunk. Jelölje  $X$  a fejek számát. Mennyi  $X$  várható értéke?
44. Jelölje  $X$  az ötöslottón *a*) a húzott páros számok számát; *b*) a legkisebb kihúzott számot. Adjuk meg  $X$  várható értékét!
45. Két kockával dobunk. Egy dobás sikeres, ha van hatos a dobott számok között. Mennyi a sikeres dobások számának várható értéke  $n$  dobásból?
46. Egy ember zsebében lévő 5, 10, 20, 50, 100 és 200 forintos érmék száma egymástól független  $\lambda$  paraméterű Poisson-eloszlású valószínűségi változó. Határozzuk meg az összes aprópénz értékének várható értékét.
47. Legyen  $X$   $\lambda$  paraméterű Poisson-eloszlású valószínűségi változó. Határozzuk meg  $\frac{1}{X+1}$  várható értékét.
48. Húzzunk egy franciakártya-csomagból két lapot visszatevés nélkül. Jelölje  $X$  a kárók,  $Y$  az ászok számát. Adjuk meg  $X$  és  $Y$  együttes eloszlását. (Ötvenkét lap van a csomagban, ebből 13 káró és 4 ász, káró ászból pedig egy van.)
49. 40 millió lottószelvényt töltenek ki *a*) egymástól függetlenül; *b*) ügyelve arra, hogy mind különböző legyen. Adjuk meg az öttalalatos szelvények számának várható értékét az egyes esetekben.
50. Tegyük fel, hogy egy adott területen és időszakban a hurrikánok száma Poisson-folyamattal modellezhető. Egy hétre vonatkozóan a hurrikánok várható száma egy. Mennyi a valószínűsége, hogy négy hét alatt legfeljebb két hurrikán lesz? Ha az egyes hurrikánok ereje  $p = 1/5$  valószínűséggel haladja meg a kettes fokozatot, akkor várhatóan hány ilyen hurrikán lesz egy hónap alatt?
51. Egy tízemeletes ház földszintjén 15 ember száll be a liftbe. Mindenki a többiektől függetlenül választja ki, hogy melyik emeleten száll ki, minden emeletet  $1/10$  eséllyel választva. Mennyi a megállások számának várható értéke?
52. Öt házaspár tagjai véletlenszerűen leülnek egy kerek asztalhoz. Mennyi az egymás mellé kerülő párok számának várható értéke? Mennyi az egymás mellé kerülő párok számának szórása?
53. Egy bányász a bánya egyik termében rekedt, ahonnan három út nyílik. Az első egy három perces út végén a szabadba vezet. A második út öt, a harmadik hét percnyi séta után visszatér ugyanebbe a terembe. A bányász minden alkalommal a többi választástól függetlenül egyenlő valószínűséggel választ egyet az utak közül. Legyen  $X$  a szabadba jutáshoz szükséges idő. Mennyi  $X$  várható értéke?
54. Egy érmével addig dobunk, amíg a FFIF sorozat meg nem jelenik. Mennyi az ehhez szükséges dobások számának várható értéke?
55. Ötször dobunk egy dobókockával,  $X$  a dobott hatosok száma. Mennyi  $D^2(X)$ ?
56. Adjuk meg az  $\{1, 2, \dots, N\}$  számokon egyenletes eloszlás szórásnégyzetét.
57. Legyenek  $X$  és  $Y$  független Poisson-eloszlású valószínűségi változók,  $X$  várható értéke 6,  $Y$  várható értéke 8. Mennyi  $2X + 3Y$  szórásnégyzete? Mennyi  $3X - 5Y$  szórásnégyzete?
58. Egy osztályba 20 fiú és 15 lány jár. Minden napon a többiektől függetlenül minden fiú  $0,02$  valószínűséggel, minden lány  $0,03$  valószínűséggel hiányzik. Legyen  $X$  a holnap hiányzó fiúk,  $Y$  pedig a holnap hiányzó lányok száma. Milyen eloszlású  $X$ ? Mennyi a holnapi összes hiányzó számának várható értéke és szórása? Mennyi  $\text{cov}(X, X + Y)$ ?

59. Egy cukrászdában a naponta fagyaltozók száma,  $X$ , 200 paraméterű Poisson-eloszlású. Mindenki a többiektől függetlenül  $1/4$  valószínűséggel kér kis adagot, különben nagyot. A kis adag ára 100 forint, a nagyé 200. Számítsuk ki  $X$ -nek és napi bevételnek a korrelációs együtthatóját.
60. Egy szabályos dobókockát kétszer feldobunk. Legyen  $X$  a dobások összege,  $Y$  a különbségük. Számítsuk ki  $\text{cov}(X, Y)$ -t és  $R(X, Y)$ -t! Független-e  $X$  és  $Y$ ? Számítsuk ki  $R(X + Y, 2X - Y)$ -t is.
61. Legyenek  $X$  és  $Y$  független standard normális eloszlású valószínűségi változók. Számítsuk ki  $X + 3Y$  és  $-2X + Y$  korrelációs együtthatóját.
62. Véletlenszerűen választunk egy pontot az  $\{x^2 + y^2 < 1\}$  nyílt körlemezben. Jelölje  $Z$  a kiválasztott pont origótól mért távolságát. Adjuk meg  $Z$  eloszlás- és sűrűségfüggvényét, várható értékét és szórásnégyzetét.
63. Egy egységnyi hosszú szakaszt két függetlenül, egyenletes eloszlás szerint választott osztóponttal három részre osztunk. Jelölje  $X$  az így keletkezett legrövidebb szakasz hosszát. Adjuk meg  $X$  eloszlás- és sűrűségfüggvényét, továbbá a várható értékét.
64. Legyen  $X$  sűrűségfüggvénye  $c/x^4$ , ha  $1 < x$ , és 0 különben. (a) Mennyi  $c$  értéke? (b) Határozzuk meg  $X$  eloszlásfüggvényét. (c) Mennyi  $\mathbb{P}(X < 1, 5)$ ? (d) Mennyi  $\mathbb{P}(0, 5 < X < 1, 5)$ ? (e) Mennyi  $X$  szórásnégyzete?
65. Legyen  $X$  sűrűségfüggvénye a következő:  $f(x) = \begin{cases} x/3, & \text{ha } 0 < x < 2; \\ 1/6, & \text{ha } 2 < x < 3; \\ 0 & \text{különben.} \end{cases}$
- (a) Mennyi  $c$  értéke? (b) Határozzuk meg  $X$  eloszlásfüggvényét. (c) Mennyi annak valószínűsége, hogy  $X > 3$ ? (d) Mennyi  $X$  várható értéke? (e) Mennyi  $X$  szórásnégyzete?
66. Legyen  $X, Y$  független exponenciális eloszlású  $\lambda$  paraméterrel. Adjuk meg a  $\min(X, Y)$  valószínűségi változó eloszlását. Általánosítsuk a feladatot  $n$  változó esetére.
67. Legyen  $X$  egyenletes eloszlású a  $[-1, 1]$  intervallumon. Adjuk meg  $|X - 0, 4|$  sűrűségfüggvényét.
68. Legyen az  $(X, Y)$  sűrűségfüggvénye valamely  $c$  valós számmal  $f(x, y) = cxe^{-y}$ , ha  $0 < x < 2, y > 0$  és 0 különben. a) Határozzuk meg  $(X, Y)$  eloszlásfüggvényét! b) Adjuk meg  $X$  eloszlását.
69. Tegyük fel, hogy a holnapi középhőmérséklet 6 várható értékű 2 szórású normális eloszlású valószínűségi változó. Mennyi a valószínűsége, hogy a holnapi középhőmérséklet legfeljebb 10 fok? Mennyi a valószínűsége, hogy a holnapi középhőmérséklet 8 és 10 fok közé esik? Mennyi a valószínűsége, hogy a holnapi középhőmérséklet 0 és 12 fok közé esik?
70. Mennyi garanciát adjunk, hogy termékeink legfeljebb 10%-át kelljen garanciaidőn belül javítani, ha a készülék élettartama 10 év várható értékű és 2 év szórású normális eloszlással közelíthető?
71. Tegyük fel, hogy egy tábla csokoládé tömege normális eloszlású 100 g várható értékkel és 3 g szórással, valamint, hogy az egyes táblák tömege egymástól független. Legalább hány csokoládét csomagoljunk egy dobozba, hogy a dobozban levő táblák átlagos tömege legalább 0,9 valószínűséggel nagyobb legyen 99,5 g-nál?
72. Legyen  $X$  és  $Y$  független, azonos exponenciális eloszlású. Számoljuk ki az összegük sűrűségfüggvényét.
73. Ha a diplomások fizetésének eloszlása (ezer Ft-ban)  $Z + 100$ , ahol  $Z$  exponenciális eloszlású (1/100 paraméterrel), a többi dolgozóé pedig  $Y + 50$ , ahol  $Y$  exponenciális eloszlású (1/50 paraméterrel) és a cégnél a dolgozók 60%-a diplomás, akkor mennyi egy véletlenszerűen kiválasztott dolgozó fizetésének várható értéke?

74. Egy egyszerű csapadék-modell lehet a következő: annak az esélye, hogy egy adott napon nem lesz csapadék, 0,6. Ha van csapadék, akkor a mennyisége exponenciális eloszlású,  $\lambda = 2$  paraméterrel. Mennyi a napi csapadékmennyiség várható értéke és szórása?
75. Legyen  $X$  diszkrét valószínűségi változó az alábbi eloszlással:  $\mathbb{P}(X = i) = 1/6$ , ahol  $i = -2, -1, 0, 1, 2, 3$ .
- (a) Határozzuk meg  $Y = X^2$  eloszlását és várható értékét! Igaz-e, hogy  $\mathbb{E}(X^2) = \mathbb{E}(X)^2$ ?
- (b) Igaz-e, hogy  $\mathbb{E}(1/X) = 1/\mathbb{E}(X)$ ?
76. Határozzuk meg  $Y = -\log X$  sűrűségfüggvényét, ha az  $X$  valószínűségi változó (a) exponenciális eloszlású; (b) egyenletes eloszlású az  $(a, b)$  intervallumon.
77. Legyen  $X$  egyenletes eloszlású a  $(-1, 1)$  intervallumon, és  $Y = 2^X$ . Határozzuk meg  $Y$  sűrűségfüggvényét és várható értékét. Igaz-e, hogy  $\mathbb{E}(2^Y) = 2^{\mathbb{E}(Y)}$ ?
78. Legyen  $X$  standard normális eloszlású valószínűségi változó. Legyen (a)  $Y = \sigma X + m$ , ahol  $\sigma > 0, m \in \mathbb{R}$ ; (b)  $Y = e^{tX}$ , ahol  $t \in \mathbb{R}$ ; (c)  $Y = X^2$ . Mindhárom esetben határozzuk meg  $Y$  sűrűségfüggvényét, várható értékét, és a  $\mathbb{P}(Y < 1)$  valószínűséget.
79. A  $[0, 1] \times [0, 1]$  egységnyezetből válasszunk egy pontot egyenletes eloszlás szerint. Jelölje a kiválasztott pont első koordinátáját  $X$ , a második koordinátáját  $Y$ . Legyen (a)  $U = X + Y$ ; (b)  $U = -\log(XY)$ . Határozzuk meg  $U$  eloszlásfüggvényét, sűrűségfüggvényét és várható értékét.
80. Mely  $c$  valós számokra lesznek sűrűségfüggvények az alábbi függvények? Legyen  $X$  az első,  $Y$  a második koordináta. Adjuk meg az együttes eloszlásfüggvényt, a peremsűrűségfüggvényeket. Független-e  $X$  és  $Y$ ? Számítsuk ki  $X$  és  $Y$  korrelációs együtthatóját.
- (a)  $f(x, y) = cxy$ , ha  $(x, y) \in (0, 1)^2$ ; 0 különben.
- (b)  $f(x, y) = c(x + y)$ , ha  $x \in (0, 2)^2$ ; 0 különben.
- (c)  $f(x, y) = c \exp(-\frac{x^2 + 4y^2}{2})$ , minden  $x, y \in \mathbb{R}$ -re.
- (d)  $f(x, y) = \frac{x}{2}e^{-y}$ , ha  $1 < x < c$  és  $0 < y$ ; 0 különben.
81. Megadható-e olyan 0 várható értékű és 1 szórású valószínűségi változó, amelyre  $\mathbb{P}(|X| \geq 2) \geq 0,5$ ?
82. Legyenek az  $X_1, X_2, \dots$  valószínűségi változók függetlenek. Milyen értelemben konvergensek az alábbi sorozatok, és mi a limeszük?
- (a)  $X_i$  független  $p$  paraméterű indikátorváltozó;  $Y_n = (X_1^5 + \dots + X_n^5)/n$ .
- (b)  $X_i$  az  $i$ . kockadobás eredménye;  $Y_n = (X_1 + \dots + X_n)/n$ ;  $Z_n = (X_1^2 + \dots + X_n^2)/n$ .
- (c)  $X_i$  exponenciális eloszlású 2 paraméterrel;  $Y_n = e^{X_1} + \dots + e^{X_n}/n$ .
83. Legalább hány embert kell megkérdezni egy közvéleménykutatásnál, ha egy adott párt támogatottságát (az eltérést a várható támogatottságtól) legalább 95%-os valószínűséggel 0,01-nél kisebb eltéréssel szeretnénk megbecsülni? Oldjuk meg a feladatot Csebisev-egyenlőtlenséggel és normális eloszlással való közelítéssel is.
84. Egy dobókockát 720-szor feldobunk. A centrális határeloszlástétel alkalmazásával határozzuk meg annak a valószínűségét, hogy a dobott 6-osok száma legalább 110, de 140-nél kisebb.
85. Egy életbiztosító társaságnak 10000 biztosítottja van. Tegyük fel, hogy mindannyian egyforma korúak és egészségűek, valamint 1% annak a valószínűsége, hogy egy ilyen személy az év folyamán meghal (és ezek az események függetlenek). Minden biztosított az év elején 11 ezer Ft-ot fizet be, halála esetén pedig hozzátartozói 1 millió Ft-ot kapnak a biztosítótól. Mennyi a valószínűsége, hogy a biztosító egy évben ezen biztosításra vonatkozóan nem lesz veszteséges?